

# DESARROLLO DEL PENSAMIENTO RELACIONAL A TRAVÉS DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS EN LA SECUNDARIA BÁSICA

## THE DEVELOPMENT OF RELATIONAL THINKING THROUGH THE RESOLUTION OF MATH PROBLEMS IN JUNIOR HIGH EDUCATION

Mauricio Amat Abreu<sup>1</sup>([mamat@ucp.lt.rimed.cu](mailto:mamat@ucp.lt.rimed.cu)) ([mauricio\\_amat@yahoo.es](mailto:mauricio_amat@yahoo.es))

Dunia Cruz Velázquez<sup>2</sup> ([dunia@ucp.lt.rimed.cu](mailto:dunia@ucp.lt.rimed.cu))

### RESUMEN

En el artículo<sup>3</sup> se realiza un análisis sobre las potencialidades que ofrece la resolución de problemas matemáticos en la Secundaria Básica para el desarrollo del pensamiento relacional de los alumnos y se procede al estudio crítico de la misma desde las perspectivas teóricas, metodológicas y prácticas. A partir del diagnóstico de la situación existente con respecto al tratamiento y materialización del desarrollo del pensamiento relacional en los alumnos, se diseña y valida un método para producir consecuencias de los datos a través de la resolución de problemas matemáticos y un sistema de procedimientos para contribuir al desarrollo del pensamiento relacional, teniendo en cuenta el tránsito de los alumnos por los diferentes niveles de relaciones para producir consecuencias de los datos.

**PALABRAS CLAVES:** Pensamiento relacional, producción de consecuencias, resolución de problemas.

### ABSTRACT

In the article there is an analysis of the potentialities in the resolution of math problems in Junior High Education for the development of the relational thinking of the students from a theoretical, a methodological and a practical perspective. There is also a method presented to produce consequences from the data through the resolution of such problems in Junior High and a system of procedures to contribute to the development of the relational thinking of the students, taking into account the different levels of relations to produce these consequences.

**Key words:** relational thinking, production of consequences, resolution of problems

La enseñanza de la matemática en la Secundaria Básica comienza con un proceso de consolidación y sistematización de los conocimientos y habilidades que provienen de la Enseñanza Primaria, pero en un nivel de complejidad superior. Este responde a las nuevas transformaciones en los enfoques y los métodos más integradores y generalizadores, sobre

---

<sup>1</sup> Doctor en Ciencias Pedagógicas y profesor auxiliar. Universidad de Ciencias Pedagógicas “Pepito Tey”, Las Tunas, Cuba.

<sup>2</sup> Máster en Ciencias de la Educación y asistente. Universidad de Ciencias Pedagógicas “Pepito Tey”, Las Tunas, Cuba.

<sup>3</sup> El artículo es derivado de la tesis doctoral adscripta al proyecto “La enseñanza basada en problemas y ejercicios: una variante para la consolidación del cambio en la Secundaria Básica”, dirigido por el doctor Alfredo Rebollar Morote.

todo en el octavo grado, por ser una etapa donde los alumnos comienzan el estudio de nuevos contenidos matemáticos.

Las transformaciones en el enfoque metodológico general de la asignatura están en la presentación y tratamiento de los nuevos contenidos, a partir del planteamiento y solución de problemas prácticos que no pueden seguir empleándose solamente como las nuevas situaciones en las que los alumnos aplican los conocimientos aprendidos, sino que se tratarán como situaciones del medio natural o social en que se desenvuelven, de las que ya conocen y descubren interrogantes no resueltas, que necesitan explicar o responder, para lo que requieren de un pensamiento heurístico y de la ampliación de sus conocimientos y habilidades matemáticas.

Como culminación del nivel básico de la Educación General, según el Modelo de la Escuela Secundaria Básica, la asignatura tiene que asegurar la comprensión y la utilización sistemática de los contenidos dentro de cada área matemática y apoyarse en la representación de los mismos en otras áreas como expresión de la interrelación de las líneas directrices del saber y en las que se ponga de manifiesto el carácter interdisciplinario que debe lograrse.

Los métodos y procedimientos para la resolución de problemas no se adquieren por los alumnos como un proceso espontáneo, al menos de manera óptima, o sea, si no se estructura de manera específica la enseñanza, solo se asimilan los procedimientos de resolución de problemas que carecen de la debida comprensión, y no se garantiza la adecuada resolución de los problemas que se les plantean y que no propician adecuadamente el desarrollo del pensamiento relacional.

Diversos son los investigadores que profundizan en diferentes elementos relacionados con la enseñanza de la matemática en los diferentes niveles de enseñanza. Entre ellos puede mencionarse a: Rebollar (2000, 2007); Molina (2006); Amat (2008); Reyes, Silva y Fernández (2009); Gamboa y otros (2009); Zaldívar y Rodríguez (2010). Sin embargo, de los análisis realizados por el investigador a partir de los aportes de estos y otros autores, así como de programas y libros de texto, y su experiencia de más de 30 años de ejercicio profesional en la enseñanza de las matemáticas, se ha podido concluir que los problemas empleados en la Secundaria Básica están estructurados atendiendo más a la complejidad de los conceptos y operaciones, que a las peculiaridades del pensamiento de los alumnos como proceso psíquico.

A través de la participación en entrenamientos metodológicos conjuntos, visitas a clases, encuestas, entrevistas, y comprobaciones realizadas ha sido posible percatarse de algunas **insuficiencias** que se presentan en los alumnos de la Secundaria Básica en: usar los procedimientos de resolución de problemas, establecer las relaciones al solucionar problemas, buscar las consecuencias de los teoremas y definiciones, y representar los conceptos matemáticos.

Lo anterior evidencia una marcada tendencia a la ejecución inmediata al no lograr hacer una representación mental del enunciado, aislar y organizar la información, extraer los datos, producir consecuencias de los datos, aplicar procedimientos de solución y verificar la solución.

## Método para producir consecuencias de los datos

Este método propone estudiar dialécticamente la producción de consecuencias de los datos a partir de los instrumentos (conceptos, teoremas, leyes, juicios, procedimientos, relaciones, teorías), o sea, los conocimientos previos que posee el alumno y las situaciones iniciales que plantea un determinado problema en su interrelación, considerando los diferentes niveles de relación que se forman a partir del tipo de consecuencia obtenida.

El método propuesto tiene sus fundamentos en las funciones lógicas, sistematizadoras y socializadoras de los problemas (Rebollar, 2000), las cuales influyen en la estructuración de los procedimientos que conformarán el método. El objetivo esencial del método es el desarrollo del pensamiento relacional de los alumnos de Secundaria Básica, sobre la base de la comprensión dialéctica que se produce entre los datos e instrumentos para producir las consecuencias como una nueva cualidad del pensamiento relacional.

La estructura del método está conformada por tres momentos importantes que se encuentran en estrecha interrelación dialéctica:

El **primero** recoge los presupuestos teóricos que lo sustentan a través de la función lógica donde los problemas constituyen la base para la estructuración de la materia en dependencia de la vía lógica para la obtención del nuevo conocimiento: inducción y deducción.

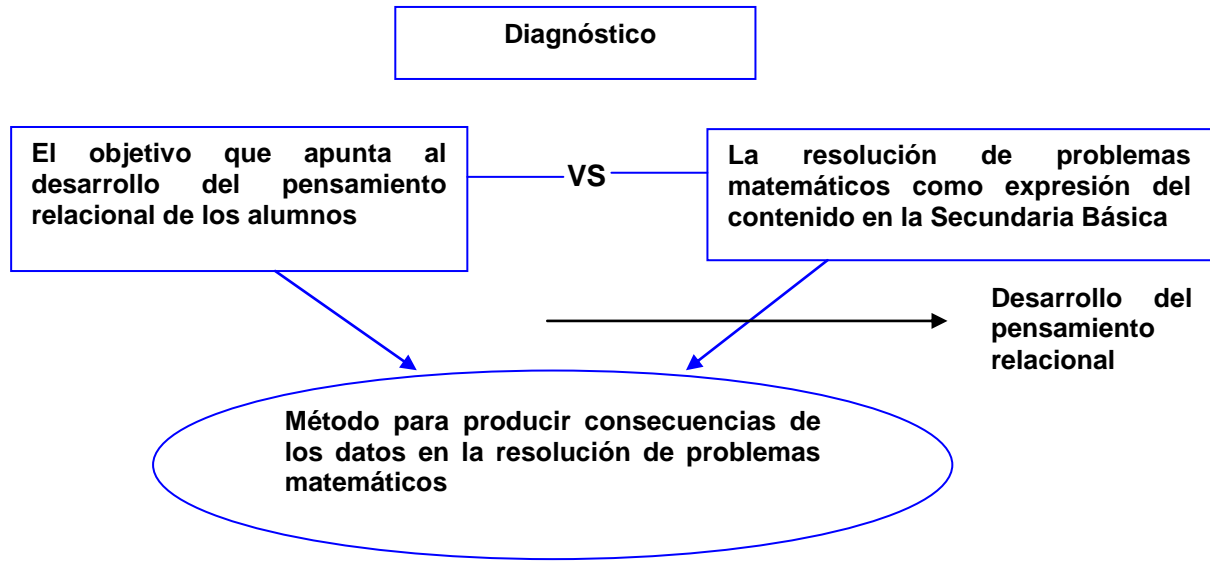
El **segundo**, concebido a partir de los niveles de relaciones, que reflejan la relación teórico-práctica a partir de la función sistematizadora, donde los problemas ofrecen la posibilidad de relacionar y entrelazar conceptos y procedimientos aislados, sobre un objeto matemático y construir un nuevo sistema de conocimientos y habilidades.

Este segundo momento de la modelación del método quedó estructurado en **cuatro etapas** que se encuentran en estrecha interrelación dialéctica y cada una de ellas explicita determinadas acciones a realizar.

La primera la consideramos como la etapa de **diagnóstico**, que se divide en tres acciones fundamentales: el diagnóstico de aprendizaje, a través del cual se determina el estado actual del proceso de enseñanza-aprendizaje de la resolución de problemas matemáticos para el desarrollo del pensamiento relacional de los alumnos en la Secundaria Básica; la selección de los problemas que se van a trabajar, y la determinación de los datos e instrumentos que pueden utilizar los alumnos para resolver los problemas.

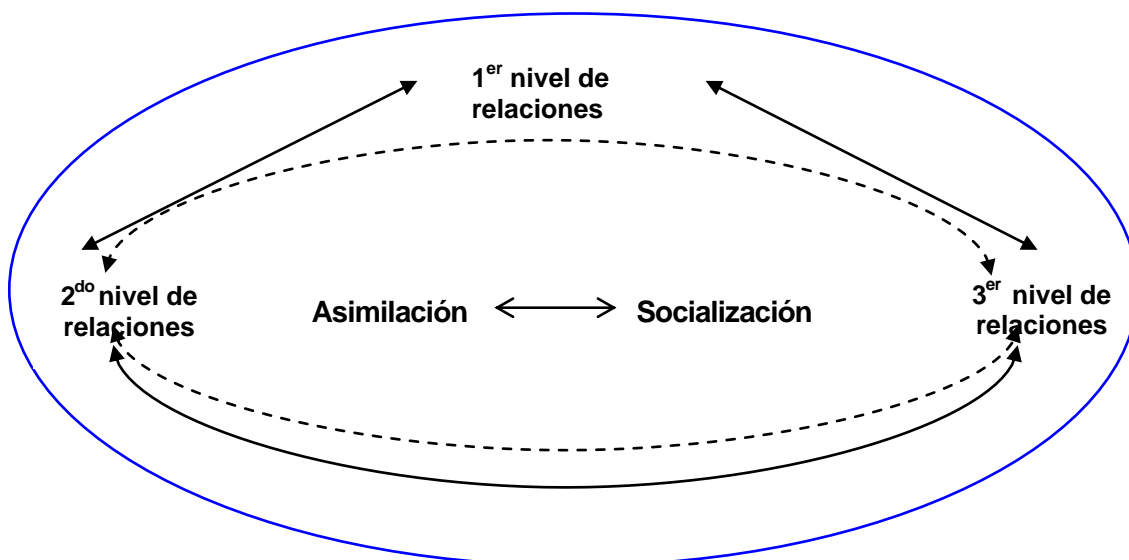
La función de esta etapa es la de caracterizar el estado actual de los alumnos y determinar las condiciones necesarias y suficientes que deben poseer estos para la producción de consecuencias de los datos a partir de la resolución de problemas matemáticos. La realización del diagnóstico no implica un mayor esfuerzo debido a que debe ser parte del que procesalmente deben realizar los profesores.

La segunda etapa se denomina **caracterización esencial**, es en la que el profesor valora, como resultado del diagnóstico, la contradicción fundamental, de la cual se derivan relaciones esenciales para el desarrollo del pensamiento relacional a partir de la resolución de problemas matemáticos.



Como función y acción de esta etapa, se pretende desarrollar el método para producir consecuencias de los datos en la resolución de problemas matemáticos desde los ejes integradores, en los niveles de relaciones (datos e instrumentos), en el proceso de contribución de la producción de consecuencias, a partir del diagnóstico del aprendizaje de los alumnos. Así se logra desarrollar la asimilación-socialización en los alumnos de secundaria básica, a partir de la resolución de problemas matemáticos como expresión del movimiento didáctico que va a determinar el desarrollo del pensamiento relacional.

La tercera etapa se denomina **construcción del conocimiento**, tiene como función principal establecer las relaciones esenciales entre los elementos dinamizadores del método, cuya interrelación dialéctica permite lograr un resultado superior al que se podría llegar al ver estos por separado (desarrollo del pensamiento relacional del alumno). En el presente modelo se relacionan los siguientes elementos:



Como una categoría esencial para comprender este método se tienen los datos e instrumentos como ejes integradores de la producción de consecuencias de los datos en los niveles de relaciones, teniendo como referencia que los datos e instrumentos en su interrelación dialéctica producen las consecuencias de los datos, transitando por los tres niveles de relaciones en la resolución de problemas matemáticos. De esta relación se producen las consecuencias vistas como una nueva categoría del pensamiento relacional.

### **Determinación de los datos**

Es la clasificación organizada y enumerada de la información que brindan los datos en función de los elementos cognitivos y en correspondencia con el contenido conocido que aparece en el texto y el que se desea conocer (incógnita).

Como resultado de la determinación de los datos encontramos las llamadas consecuencias, que son la clave del logro del resultado final del problema.

### **Consecuencias de los datos**

Son aquellas que se obtienen a partir de una información dada en un texto y se relacionan entre sus elementos mediante los instrumentos que intervienen: conceptos, definiciones, teoremas, relaciones, procedimientos, analogías, teorías, leyes, que se dirigen a encontrar la respuesta o vía de solución ante el problema en cuestión.

### **Producir consecuencias**

Es el proceso de construcción de razonamientos matemáticos mediado por un conjunto de ayudas (profesor, alumno, consulta de fuentes, colectivo de alumnos) con el objetivo de que el alumno establezca relaciones entre conceptos y llegue a conclusiones que permitan resolver problemas.

En la modelación del método los datos e instrumentos en los niveles de relaciones, cumplen las funciones siguientes:

- Poseen carácter esencial, por cuanto determinan el desarrollo de la producción de consecuencias al pasar por los diferentes niveles de relaciones.
- Constituyen el eje integrador que contribuye a la producción de las consecuencias en la resolución de problemas matemáticos transitando por los diferentes niveles de relaciones, lo cual posibilita el desarrollo del pensamiento, y sus relaciones.

Las interrelaciones existentes entre los ejes integradores (datos e instrumentos) de la producción de consecuencias de los datos en la resolución de problemas matemáticos y los presupuestos teóricos posibilitan el desarrollo del pensamiento relacional de los alumnos en la secundaria básica a partir del tránsito por los niveles de relaciones.

A partir de lo planteado y el diagnóstico se valora, como la primera acción a cumplir en esta etapa, analizar los datos e instrumentos como un elemento de integración didáctica para transitar por los niveles de relaciones, mediante los cuales se propicia la asimilación-socialización de los contenidos matemáticos.

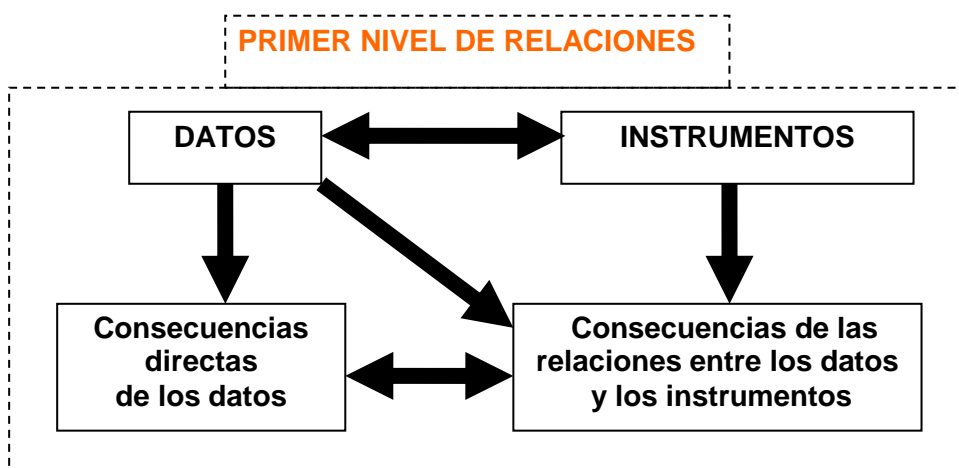
En los diferentes niveles de relaciones se dinamiza el despliegue de un sistema de acciones que tiene como esencia el establecimiento de las relaciones entre las formas del

pensamiento mediante la socialización de lo que aprende el alumno de forma individual y la interacción que establece entre los propios alumnos, el maestro y los datos e instrumentos.

El proceso de asimilación-socialización como esencia de la producción de consecuencias de los datos en la resolución de problemas matemáticos transita por los niveles de identificación, realización y aplicación.

Como se ha planteado, en el método para producir consecuencias de los datos en la resolución de problemas matemáticos existe un primer nivel de dicha producción, en esta relación es posible identificar primero las consecuencias que pueden inferirse directamente de los datos que brinda el problema, y segundo las consecuencias que se dan como resultado de la relación que se establece entre los datos que ofrece el problema y los instrumentos que se necesitan para producir una consecuencia.

En el caso de las consecuencias directas de los datos se reconocen dos formas de obtenerse: una, directamente de un dato y la otra, de relacionar dos o más datos.

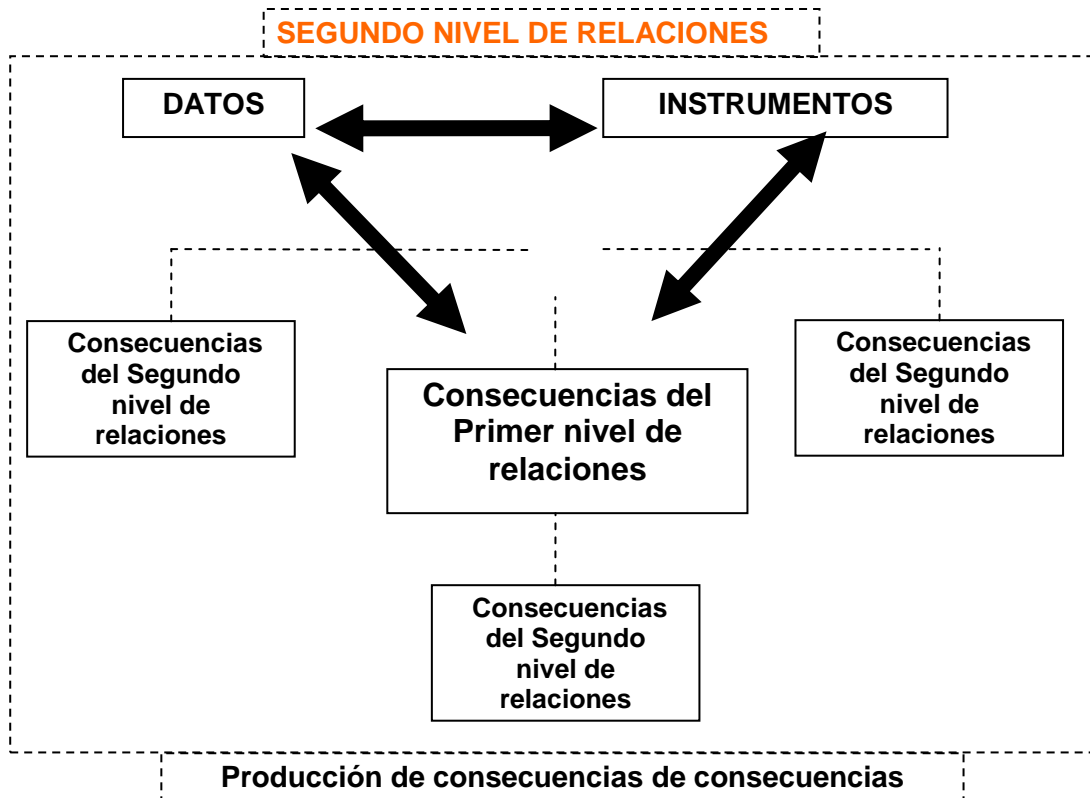


En la consecuencia que se obtiene directamente de un dato se debe precisar que no todos los datos permiten producir una consecuencia directa, va a depender de la naturaleza (contenido) del dato. En la consecuencia directa que se produce de la relación de dos o más datos existe un proceso de complementación de información que ofrecen los datos. En el caso de la relación que se produce entre los datos y los instrumentos en este primer nivel de producción de consecuencias se hace necesario identificar qué instrumento se puede seleccionar para relacionarlo con los datos.

Esta relación entre los datos y los instrumentos se manifiesta de varias formas: entre un dato y un instrumento, entre un dato y dos o más instrumentos, entre dos o más datos con un instrumento y entre dos o más datos y dos o más instrumentos. Como resultado de cualquiera de estas relaciones se producen consecuencias, las cuales se identifican como: las consecuencias de las relaciones entre los datos y los instrumentos.

Para que exista un segundo nivel de relaciones es necesario que esté presente al menos una consecuencia, resultado del primer nivel de relaciones. En este sentido se pueden identificar relaciones entre consecuencias; entre datos y consecuencias; entre instrumentos y consecuencias; y entre datos, instrumentos y consecuencias.

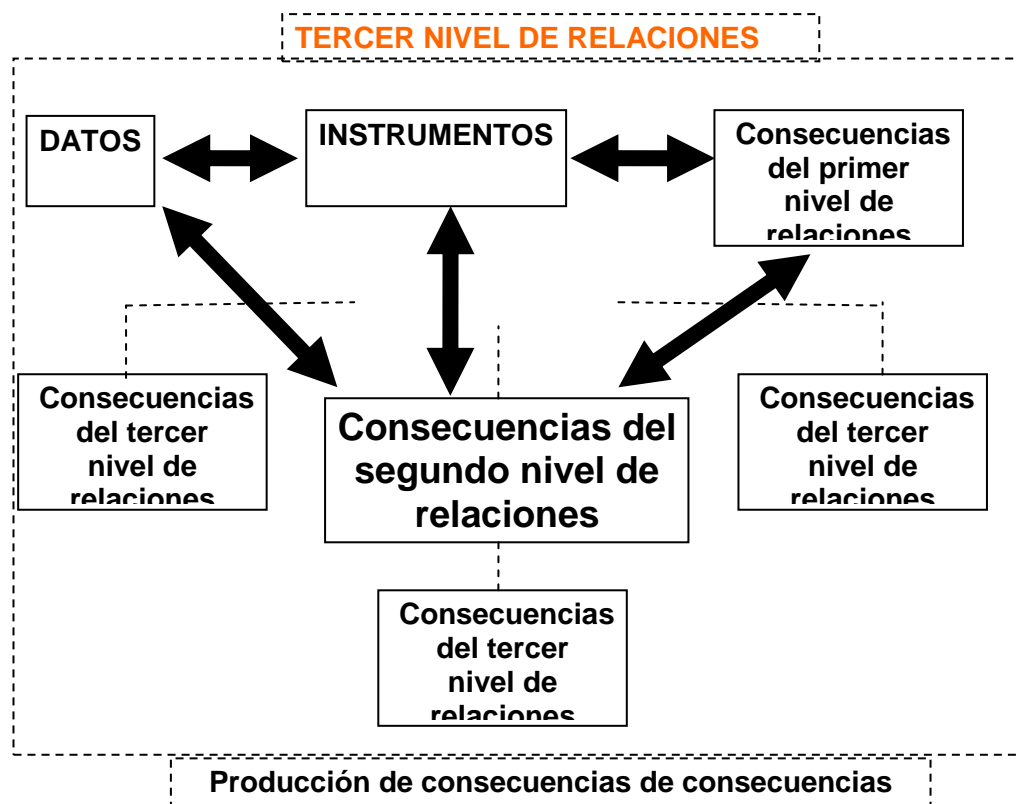
La esencia del segundo nivel está en la relación que se establece entre datos, instrumentos y consecuencias obtenidos del primer nivel. A las consecuencias resultados de estas relaciones se identifican como: la producción de consecuencias de consecuencias.



Para que exista un nuevo nivel de relaciones tendrá que estar presente como premisa una consecuencia resultado del nivel anterior. Lo cual dependerá del nivel de complejidad que tenga el problema a resolver.

Un elemento esencial de este proceso de relaciones por los diferentes niveles es la interacción alumno-alumno, en la que se precisa la interrelación entre los alumnos, con sus necesidades, fortalezas y debilidades. Ello contribuye al desarrollo del pensamiento relacional entre ellos, mediante la producción de consecuencias que sean capaces de lograr.

La interacción alumno-alumno tiene lugar cuando, a partir de la solución a la que estos sean capaces de llegar por sí solos, puedan intercambiarla para poder determinar cuáles son las verdaderas y necesarias para resolver el problema, vistos estos como protagonistas de dicho proceso.



La próxima etapa de la modelación del método y último momento es la **aplicación y evaluación**: se logra su materialización en los procedimientos y constituye la parte aplicativa del mismo a partir de la función socializadora, donde los problemas permiten sintetizar distintos puntos de vista con relación a la forma en que se hayan producido las consecuencias de los datos por los alumnos, propician el intercambio alumno-alumno y alumno-profesor, alumno-datos e instrumentos. Además, en el caso de los problemas relacionados con la vida práctica, el alumno adquiere una comprensión más profunda acerca del contenido matemático en relación con el papel que desempeña en el desarrollo social, aquí el alumno no resuelve el problema solo, sino que interactúa con sus compañeros de grupo, el profesor, las fuentes de conocimientos y el conocimiento que ya tiene, para enfrentarse al proceso de resolución de problemas.

Esta etapa consta de tres acciones:

- Creación de las condiciones previas para la aplicación.
- Puesta en práctica del sistema de procedimientos.
- Valoración de los resultados.

De la dinámica que se produce en la modelación del método emergen las regularidades que expresan las relaciones contradictorias y su síntesis en el proceso de integración. Esas regularidades son:

- La relación coherente entre objetivo que apunta al desarrollo del pensamiento relacional y la resolución de problemas matemáticos como expresión del contenido.
- Las relaciones que se dan entre la selección de los datos y los instrumentos, como



solución didáctica para la contradicción fundamental, propician la asimilación-socialización de los alumnos como protagonistas de dicho proceso.

Se tuvo en cuenta un sistema de procedimientos para producir consecuencias, tales como: seleccionar los datos como primer componente, la comprensión del problema, encontrar los instrumentos, producción de consecuencias, y comprobar la veracidad.

Cada uno de estos procedimientos posee un proceder didáctico que se implementa a partir de acciones que deben realizar los alumnos en la práctica educativa para resolver un problema matemático que les permita producir consecuencias de los datos, para seleccionar los datos, el alumno debe primeramente leer el problema para, a partir de esta lectura, analizar los datos, o sea poder separar cada uno de esos datos y extraerlos en el orden que aparecen para finalmente enumerarlos.

En el segundo procedimiento, comprensión del problema, el alumno debe analizar de qué trata el problema, qué le dicen cada uno de los datos para poder determinar lo que conoce sobre la situación planteada y finalmente poder determinar dónde él puede encontrar algo sobre lo que plantea el problema.

En el tercer procedimiento, encontrar los instrumentos, el alumno primeramente determina qué instrumentos se relacionan con estas situaciones, consulta las diferentes fuentes en las que puede encontrar instrumentos necesarios para resolver el problema, incluso buscar ayuda del profesor y hacer reflexiones en equipos.

En el cuarto procedimiento, producción de consecuencias, el alumno transita por los diferentes niveles de relaciones, en un primer nivel de relación debe analizar qué puede inferir directamente de un dato, qué puede inferir al relacionar dos o más datos. Al relacionar un dato con un instrumento, dos o más datos con un instrumento, un dato con dos o más instrumentos y dos o más datos con dos o más instrumentos. Todas estas relaciones en este primer nivel se identifican como las consecuencias de las relaciones entre los datos y los instrumentos.

En el segundo nivel de relaciones es necesario analizar qué puede inferir al relacionar dato(s) con consecuencia(s), al relacionar consecuencias, al relacionar instrumentos con consecuencias y al relacionar datos, instrumentos y consecuencias, que como premisa importante para este nivel siempre debe aparecer al menos una consecuencia que sea resultado del primer nivel de relaciones, las cuales se identificarán como la producción de consecuencias de consecuencias.

En la tercera relación, que aparece según la complejidad del problema planteado, se analiza a partir de qué puede inferir el alumno al relacionar consecuencias del nivel anterior con datos, instrumentos o consecuencias de consecuencias.

En el quinto procedimiento, comprobar la veracidad, después del alumno tener declarada todas las consecuencias que él determinó, es importante aquí que intercambien las libretas, para hacer en un primer momento un análisis para sí, en el que pueda determinar cuáles él tiene de más o cuáles le faltan, debatir con el compañero y en conjunto determinar las consecuencias verdaderas.

En un segundo momento de este procedimiento se deben formar equipos, que propicien un debate entre los participantes, que puedan llegar a consenso de equipo, con el fin de que se resuman todas las consecuencias verdaderas.

Como tercer y último momento de este procedimiento se procede a la discusión final, en la cual se propicia la explicación de uno o varios equipos y donde se establezca un debate de los resultados y se realicen las conclusiones que finalmente permitan resolver el problema.

La conceptualización de la noción de pensamiento relacional que se ofrece en este artículo es de gran utilidad desde el punto de vista didáctico, en tanto puede ser utilizada para una mejor caracterización de las diferentes tipologías de clases en la enseñanza de la matemática en la secundaria básica, lo que ofrece inagotables posibilidades para el desarrollo del pensamiento relacional a través del método propuesto.

El método para producir consecuencias de los datos, aporta desde una base teórica, un sistema de procedimientos que se materializa en sus acciones y se concreta en una tipología de ejercicios que favorece el desarrollo del pensamiento relacional en los alumnos de la Secundaria Básica.

## REFERENCIAS

- Amat, M. (2008). *1000 Problemas de razonamiento lógico*. Santiago de Cuba: Oriente.
- Gamboa G, M. E. y otros (2012). Alternativa metodológica para el diseño de unidades didácticas de la matemática en la Secundaria Básica. *Opuntia Brava*, 4(4). Recuperado de <http://opuntiabrava.rimed.cu>
- Molina, M. (2006). *Desarrollo del pensamiento relacional y comprensión del signo por alumnos de tercero de Educación Primaria*. Recuperado de <http://dialnet.unirioja.es/servlet/tesis?codigo=1210> (consultado en marzo de 2008).
- Rebollar, A. (2000). *Una variante para la estructuración del proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática, a partir de una nueva forma de organizar el contenido en la escuela media cubana* (tesis de doctorado inédita). Instituto Superior Pedagógico, Santiago de Cuba.
- Rebollar, A. y otros (2007). *Guía de trabajo metodológico del PGI de Secundaria Básica que garantice la efectividad de la dirección del aprendizaje de los escolares*. Santiago de Cuba: Oriente.
- Reyes Pérez, I. F.; Silva Téllez, N. y Fernández Chelala, R. M. (2010). Algunas reflexiones sobre la solución de problemas en la Escuela Primaria. *Opuntia Brava*, 2(2). Recuperado de <http://opuntiabrava.rimed.cu>
- Zaldívar Henríquez, L. y Rodríguez Ortiz, M. (2010). ¿Cómo es el aprendizaje de la matemática en los alumnos de las enseñanzas Media Básica y Media Superior? *Opuntia Brava*, 2(4). Recuperado de <http://opuntiabrava.rimed.cu>