

Estudio histórico de la resolución de problemas de optimización del cálculo diferencial en la carrera Licenciatura en Educación Matemática

Historical study of the resolution of problems of optimization of the differential calculation in the career of the Degree in Education Math

Luis Manuel Peña Calderón ¹ (luispc@ult.edu.cu) (<https://orcid.org/0000-0002-0935-0598>)

René Yasmani Velázquez Prieto ² (renevp@ult.edu.cu) (<https://orcid.org/0000-0002-2879-7897>)

Resumen

Los cambios tecnológicos y sociales ocurridos en las últimas décadas demandan una nueva manera de proceder en el proceso enseñanza-aprendizaje de la Matemática. En este nuevo contexto se han producido modificaciones en los planes de estudio de las universidades cubanas, orientadas a la formación de un profesional de la educación bien preparado. La formación de profesores de Matemática tiene una rica y larga historia en nuestro país. A partir del triunfo de la Revolución (1959) la Educación Superior en Cuba, desarrolló una labor encaminada a elevar la calidad de los estudiantes egresados a la Universidad. El estudio de los problemas de optimización en el proceso de enseñanza – aprendizaje del Cálculo Diferencial de funciones reales de una variable real, en la asignatura de Análisis Matemático I, en los planes de estudio de los estudiantes es indiscutible, consideramos que es uno de los contenidos más importantes, ya que tiene estrecha relación con otras disciplinas, además es de vital importancia porque en ellos está la solución de muchos problemas de la naturaleza y la vida cotidiana. Para lograrlo se lleva a cabo un perfeccionamiento continuo de los planes y programas de estudios con el fin de que precisen los objetivos y contenidos más importantes para la formación de un profesor, que esté a la altura de los principios y lineamientos de nuestro partido. La Disciplina Análisis Matemático es uno de los pilares en la formación de los profesionales de Matemática, pues contribuye a la formación integral y profesional de los estudiantes.

Palabras claves: problemas, optimización, enseñanza, cálculo, diferencial.

Abstract

The technological and social changes that have occurred in recent decades demand a new way of proceeding in the teaching-learning process of Mathematics. In this new context there have been changes in the curricula of Cuban universities, aimed at training a well-prepared education professional. The training of Mathematics teachers has a rich

¹ Licenciado en Educación, Especialidad: Matemática-Física. Profesor Asistente de Análisis Matemático. Universidad de Las Tunas, Cuba.

² Licenciado en Educación, Especialidad: Matemática-Física. Profesor Asistente de Geometría. Universidad de Las Tunas, Cuba.

and long history in our country. From the triumph of the Revolution (1959) Higher Education in Cuba, developed a task aimed at raising the quality of students graduated from the University. The study of optimization problems in the teaching - learning process of the Differential Calculus of real functions of a real variable, in the subject of Mathematical Analysis I, in the study plans of the students is indisputable, we consider that it is one of the most important content, since it is closely related to other disciplines, it is also of vital importance because it contains the solution to many problems of nature and daily life. To achieve this, a continuous improvement of the study plans and programs is carried out in order to specify the most important objectives and contents for the training of a teacher, who is up to the principles and guidelines of our party. The Mathematical Analysis Discipline is one of the pillars in the training of Mathematics professionals, as it contributes to the comprehensive and professional training of students.

Key words: Problems, optimization, teaching, calculus, differential.

Aproximación al proceso de enseñanza-aprendizaje del Análisis Matemático

En la actualidad uno de los problemas más complejos que afrontan los docentes de las universidades es proporcionar una preparación integral a sus estudiantes en correspondencia con el desarrollo vertiginoso de la ciencia en las diferentes esferas de la vida para enfrentar las exigencias actuales sociales. Desde esta perspectiva, la preparación permanente de los profesionales de la educación superior enfrenta elevados retos, como consecuencia directa de los avances científicos y tecnológicos, con énfasis en la atención a los sistemas de educación posgraduada.

Las transformaciones de la Educación Superior, han generado nuevas exigencias a la preparación de los profesores que imparten Análisis Matemático. Esto implica asumir su concepción y desarrollo desde una perspectiva interdisciplinaria y utilizar eficientemente las tecnologías de la información y la comunicación en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la asignatura Análisis Matemático I para optimizar los procesos formativos en la institución universitaria.

Entre las carreras que se estudian en la universidad se encuentra Licenciatura en Educación. Matemática, que en el Modelo del Profesional del Plan de Estudios E (2016), establece:

se requiere hoy de un profesional de la educación bien preparado en lo político, pedagógico y didáctico, con dominio del contenido de enseñanza y aprendizaje, capaz de una labor educativa flexible e innovadora que vincule los objetivos generales en la formación de los estudiantes, con las singularidades de cada uno, incluyendo las particularidades de la escuela y de su entorno. (Cuba. Ministerio de Educación Superior, 2016, p. 2)

Para contribuir al logro de este objetivo, el programa de la disciplina Análisis Matemático para el plan de estudio E (2016), debe coadyuvar al desarrollo del pensamiento lógico de los estudiantes, a la formación integral y profesional de los

estudiantes, en especial, al desarrollo de un modo de actuación profesional pedagógico a través de las diferentes formas organizacionales del proceso pedagógico, al sistematizar y profundizar los contenidos esenciales de la matemática escolar y vincular la Matemática con la vida y otras disciplinas, a través de la modelación de problemas cuya resolución se apoye en los recursos informáticos.

A lo largo de la historia, la matemática ha tratado gran variedad de problemas relativos a máximo y mínimos, muchos de ellos surgidos de la realidad, siendo resueltos de forma rigurosa, aportando no solo la solución misma, sino métodos y hasta teorías (Santiago, 2008).

Como indican Malaspina y Font (2010) son numerosas las situaciones de optimización a las que nos enfrentamos en la vida cotidiana y para abordarlas utilizamos los criterios que nos da nuestra experiencia y formación, aunque no necesariamente encontremos la solución óptima.

La optimización matemática es un concepto matemático esencial para abordar problemas de la vida cotidiana. En él se emplean las herramientas del Análisis Matemático I para solucionar los problemas de optimización, siendo aquí donde aparecen las principales dificultades de aprendizaje de la noción. En este trabajo, en primer lugar, se presentan los resultados de un estudio epistemológico de la evolución de los problemas de optimización a lo largo de la historia, con el objetivo de fijar los significados de referencia.

Los autores nos acogemos a la siguiente definición de problema de optimización, ya que es la que más se acerca a la solución de dichos problemas; "...son aquellos que se ocupan de elegir la decisión óptima de un problema, es decir, encontrar cual es el máximo o mínimo de un determinado criterio (una función) sujeto a unas condiciones que nos da el problema" (La Guía, 2012, párr. 7).

El estudio de los problemas de optimización de funciones reales de una variable real en el proceso de enseñanza-aprendizaje en la asignatura de Análisis Matemático I, en los planes de estudio de los estudiantes es indiscutible, consideramos que es uno de los contenidos más importantes en la Educación Superior, ya que tiene estrecha relación con otras disciplinas, además es de vital importancia porque en ellos está la solución de muchos problemas de la naturaleza y la vida cotidiana.

Estudio histórico del tratamiento a la resolución de problemas de optimización funciones reales de una variable real en el proceso de enseñanza – aprendizaje de la asignatura Análisis Matemático I

La formación de profesores de Matemática tiene una rica y larga historia en el país. A partir del triunfo de la Revolución (1959) la Educación Superior en Cuba, desarrolló una labor encaminada a elevar la calidad de los estudiantes egresados a la Universidad. Para lograrlo se lleva a cabo un perfeccionamiento continuo de los planes y programas de estudios con el fin de que precisen los objetivos y contenidos más importantes para

la formación de un profesor, que esté a la altura de los principios y lineamientos de nuestro partido.

La Disciplina Análisis Matemático constituye uno de los pilares en la formación de los profesionales de Matemática, pues contribuye a la formación integral y profesional de los estudiantes, además los ayuda a sistematizar y profundizar los contenidos esenciales de la Matemática escolar y vincular la Matemática con la vida y otras disciplinas.

En el curso 1977-1978 se puso en vigor el Plan de Estudio A de la Licenciatura en Educación. Para este plan, concebido con un nivel de ingreso de duodécimo grado concluido, se diseñó una carrera de Matemática y otra de Física y Astronomía, de 4 años de duración. Estos planes y programas de estudio se diseñaban centrando la atención en el dominio de los conocimientos que, paso a paso, debían ir adquiriendo todos los estudiantes por igual. Por otra parte, los planes y programas se aplicaban de forma bastante rígida y uniforme, sin considerar suficientemente las particularidades del estudiante ni su contexto, que resultó excesiva de acuerdo con el tiempo disponible.

En el curso escolar 1982-1983 se comienza a aplicar el Plan de Estudio B, a partir de las experiencias del Plan A, profundizándose en el contenido teórico de las disciplinas y estableciendo un sistema de formación práctico - docente más acabado, aunque reduce el tiempo dedicado a la misma en comparación con el plan de estudio anterior. Se hiperbolizó el papel de la carga de información científica y no se atendió, con el rigor suficiente, el desarrollo de capacidades y habilidades profesionales. Este excesivo énfasis en el dominio de los conocimientos y habilidades de las disciplinas Matemáticas y Físicas se refleja en el gran número de textos que se elaboraron o que se adoptaron de las universidades para satisfacer las demandas de las nuevas disciplinas.

A partir de estos antecedentes y del campo de acción de esta investigación: los problemas de optimización, el autor considera el siguiente criterio para el estudio histórico:

- Tratamiento de la resolución de problemas de optimización de funciones reales de una variable real en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la asignatura Análisis Matemático I, en los programas de la disciplina Análisis Matemático.

El comportamiento del criterio para el estudio histórico en el período señalado, permitió determinar las siguientes etapas:

- Primera Etapa: Plan de Estudio C, curso escolar 1990-1991 al 2002-2003, carrera Licenciatura en Educación especialidad Matemática-Computación y especialidad Física Electrónica.
- Segunda Etapa: Plan de Estudio C (modificado), curso escolar 2003-2004 al 2009-2010, carrera Licenciatura en Educación en el área de las ciencias exactas.

- Tercera Etapa: Plan de Estudio D, curso escolar 2010-2011 hasta el curso 2013-2014, carrera Licenciatura en Educación especialidad Matemática-Física. Además, en junio del 2012 se le realizan ajustes a los programas que están hasta el curso 2015-2016.
- Cuarta Etapa: Plan de Estudio E, curso escolar 2016-2017 hasta el curso 2020-2021, carrera Licenciatura en Educación Matemática.

Para el estudio histórico de cada etapa se consideran los siguientes aspectos a evaluar:

- Tratamiento que se le ha dado a los problemas de optimización de funciones reales de una variable real en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la asignatura Análisis Matemático I.
- Aplicación de procedimientos para resolver problemas de optimización de funciones reales de una variable real en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la asignatura Análisis Matemático I.
- Aplicación del Programa Heurístico General (PHG), para resolver problemas de optimización de funciones reales de una variable real en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la asignatura Análisis Matemático I.

Se toma como inicio el Plan de Estudio C para comenzar el estudio histórico ya que aquí se concibe por primera vez, el Análisis Matemático como disciplina, por cuanto hasta entonces se impartía en asignaturas independientes, lo cual permitió concebir el sistema de conocimientos relacionado con el objeto de esta rama de la Matemática.

Primera Etapa: Plan de Estudio C (2003 – 2010)

En la Licenciatura en Educación carrera Matemática - Computación con doble perfil Matemática y Computación, con las orientaciones de la máxima dirección del país en relación con la necesidad de fortalecer la aplicación del principio de vinculación del estudio y el trabajo y de ampliar el perfil de las carreras, se comenzó a formar a través del Plan de Estudio C, vigente a partir de 1990. La formación práctico -docente pasó a ser el eje central en torno al cual giraban las actividades académicas, laborales e investigativas. Se planificó desde primer año con un número creciente de horas, de tal manera que el quinto año se dedicara por completo a este fin.

La actividad académica estaba dirigida a suministrar los contenidos fundamentales que necesita el profesor, para enfrentarse a la dirección del proceso docente educativo. La disciplina Matemática Superior se estructuró en cinco semestres, desarrollándose simultáneamente en el primer semestre las asignaturas Matemática Superior I y Elementos de Álgebra Lineal y Geometría Analítica y las asignaturas Matemática Superior II a V, en los semestres II al V respectivamente.

En el sistema de conocimientos de la asignatura Matemática Superior I (85h), de los problemas de optimización de funciones reales de una variable real, se trataban de

forma breve, además en esta asignatura se estudiaba el cálculo diferencial de funciones reales, los números reales y las sucesiones numéricas.

Por tanto, de acuerdo con el volumen del contenido de las asignaturas y el tiempo de la misma se dedicaba pocas horas clases al estudio de los problemas de optimización de funciones reales de una variable real, que constituye un conocimiento esencial para el estudio del resto de los contenidos de la disciplina.

En el programa de la disciplina Matemática Superior no se declaraban los valores a formar en los estudiantes a partir de cada una de las asignaturas que la integraban, cuestión que limitaba la labor educativa en la disciplina.

En cuanto a los procedimientos, el programa carecía de indicaciones o sugerencias para utilizarlos en el proceso de enseñanza - aprendizaje, en correspondencia con el sistema de conocimientos. Esto traía como consecuencia que se emplearan diversidad de métodos, según la experiencia de los profesores y, en ocasiones, limitaban la participación consciente de los estudiantes en el aprendizaje.

La disciplina Análisis Matemático se estructuró en seis asignaturas del primero al tercer año. Esta disciplina va dirigida al estudio de las funciones, en particular, de los conceptos de límite y continuidad de funciones y del cálculo diferencial e integral. Esta disciplina tenía un carácter integrador, teniendo en cuenta que contribuye significativamente al desarrollo del pensamiento y el lenguaje matemático, consolida aspectos esenciales de la Geometría, el Álgebra y la Matemática Elemental.

En resumen, en esta etapa, se exigía aplicar los conceptos y propiedades para la solución de ejercicios y problemas de optimización de funciones reales de una variable real, sin embargo, en los programas no quedaban explícitos los procedimientos para enseñar y aprender estos contenidos, lo que limitaba la participación consciente de los estudiantes en el aprendizaje por una parte y por otra, su empleo carecía de la aplicación del (PHG) para resolver dichos problemas.

Segunda Etapa: Plan de Estudio C (modificado) (2003 – 2010)

La carrera Licenciatura en Educación en el área de las Ciencias Exactas, buscaba formar profesionales de la Educación Media Superior que incluía las asignaturas de Matemática, Física e Informática.

A partir de las modificaciones introducidas en el Sistema Nacional de Educación en cuanto a cómo lograr una mejor formación ciudadana de los escolares y jóvenes cubanos se introducen nuevos cambios en los planes de estudios de las carreras profesionales, debido a la necesidad creciente de profesores y maestros y la de reducir el número de estudiantes por grupo en las diferentes educaciones. Estos cambios condujeron al movimiento más fundamental que ha tenido la educación en los últimos tiempos, que es la universalización de la Educación Superior Pedagógica, lo cual posibilitó que los jóvenes tuviesen mayores oportunidades de acceso a este nivel de educación (citado por Ochoa, 2014).

En esta nueva versión del Plan de Estudios C, deja de existir el Análisis Matemático como disciplina, para convertirse en contenido de la disciplina Matemática y su metodología, que tuvo un fondo de tiempo general de 340 horas.

El Análisis Matemático está organizado en cuatro módulos y comienza a impartirse en el tercer módulo del segundo año de la carrera, experimentando una reducción significativa de horas con respecto al plan de estudio anterior. El contenido de la disciplina se limita al Análisis Matemático en \mathbb{R} , donde predominan los métodos de trabajo independiente.

En el programa de la disciplina Matemática y su metodología se declaraban los valores a formar en los estudiantes a partir de las asignaturas que la integraban.

Con respecto a los medios de enseñanza se hace referencia a los textos básicos y complementarios, el software Eureka de la colección Futuro, las video clases de Matemática para la Educación Media Superior y el paquete informático Derive.

Resumiendo, en esta etapa se fusionan ambas especialidades en la carrera de Ciencias Exactas, desaparecen las disciplinas Análisis Matemático y Matemática Superior y el contenido de problemas de optimización de funciones reales en una variable real, se inserta en la disciplina Matemática y su metodología disminuyendo la profundidad del mismo.

En las orientaciones metodológicas de esta disciplina se establecía la utilización de métodos de trabajo independiente sin especificar los procedimientos para resolver dichos problemas y sin que los estudiantes estuvieran suficientemente preparados para este tipo de métodos y aún existía la falta de aplicación del (PHG) para resolver los problemas de optimización de funciones reales de una variable real.

Tercera Etapa: Plan de Estudio D (2010 – 2015), carrera Licenciatura en Educación, especialidad Matemática-Física

Con el objetivo de mejorar la preparación de los profesores en formación, en el curso escolar 2010 - 2011 se comenzaron a aplicar medidas para elevar la preparación de los estudiantes, tales como la generalización del primer año intensivo en todas las Universidades de Ciencias Pedagógicas (UCP). El plan se estructura teniendo en cuenta el vínculo entre las actividades académica, laboral e investigativa y con un perfil amplio en la formación de profesores de Matemática y Física.

En particular se ha entendido necesario pasar de un profesor de Ciencias Exactas que se responsabilice con el desarrollo de tres asignaturas, incluida la Informática en la Educación Media Superior, a un profesor de Matemática y Física, tanto para la Educación Media Básica como para la Superior, que tenga en cuenta también las peculiaridades del trabajo con los adolescentes, tal y como se hacía anteriormente en la carrera de Profesores Generales Integrales que ahora desaparece. Con este perfil se pretende formar un profesional revolucionario con una preparación político - ideológica y científico - metodológica, que le permita dirigir el proceso educativo y en particular, el

proceso de enseñanza - aprendizaje de la Matemática y la Física con un enfoque interdisciplinario en que se tengan en cuenta las relaciones con la ciencia, la tecnología, la sociedad y el medio ambiente en las condiciones de la Revolución Cubana.

Este plan de estudio se estructura sobre la base de garantizar la integración de lo académico, lo laboral y lo investigativo, con un perfil amplio en la formación de profesores de Matemática - Física. Se retoma la disciplina Análisis Matemático que tiene un carácter integrador, debido a que contribuye significativamente al desarrollo del pensamiento y el lenguaje matemático, consolida aspectos esenciales de la Geometría, el Álgebra y la Matemática Elemental, además vincula la Matemática con situaciones de la vida real y la Física en particular.

A la disciplina Análisis Matemático se le amplía el número de horas, con seis asignaturas que se imparten del segundo al cuarto año, se amplía el sistema de conocimientos que incluye además del Análisis Matemático en \mathbb{R} , el Análisis Matemático en \mathbb{R}_2 , las Ecuaciones Diferenciales y la Matemática Numérica, se precisa el sistema de habilidades de la disciplina y los valores que contribuye a desarrollar.

Con respecto a los medios de enseñanza se hace referencia a los textos básicos y de consulta y los paquetes informáticos Derive, GeoGebra y Excel, donde se pueden representar figuras de análisis.

En el programa de esta disciplina se orienta utilizar estrategias para resolver problemas y estrategias metacognitivas que son generales, las que tienen el propósito de que el proceso de enseñanza-aprendizaje tenga un carácter activo mediante el empleo de métodos que lo propicien.

En resumen, en esta etapa surge la carrera Matemática - Física y se reincorpora la disciplina de Análisis Matemático, dedicándose al contenido de problemas de optimización de funciones reales de una variable real un adecuado fondo de tiempo de la asignatura Análisis Matemático I.

En cuanto a los procedimientos para resolver problemas de optimización de funciones reales de una variable real, sugerido en el programa se orienta el empleo de métodos activos, los que se complementan con la utilización de estrategias para resolver problemas y estrategias metacognitivas fundamentalmente la de comprender el problema y encontrar la vía de solución, fases del (PHG) pero es aún insuficiente su tratamiento.

Cuarta Etapa: Plan de Estudio E, curso escolar (2016-2021), carrera Licenciatura en Educación. Matemática

Este se caracteriza por la estrecha relación del modelo del profesional de la Educación y el plan del proceso docente, la cual se concreta en los programas de las disciplinas que constituyen sus documentos rectores. El Modelo del Profesional es el documento principal del plan de estudio y comprende, su objeto de trabajo, los modos de actuación, los principales campos de acción y esferas de actuación; así como las funciones del

profesional y los objetivos generales a lograr en la carrera. En este Plan la carrera se organiza en la formación del profesor de Matemática como única asignatura, aunque pondera de manera peculiar el trabajo interdisciplinario.

El currículo base de la carrera consta de 12 disciplinas con sus respectivas asignaturas. En el se incluye el Análisis Matemático con 462 h. Su programa que refleja las características más importantes, y constituye la descripción sistemática y jerárquica de los objetivos generales a lograr y de los contenidos esenciales a asimilar.

Respecto a la resolución de problemas de optimización de funciones reales de una variable real en el proceso de enseñanza - aprendizaje de la asignatura Análisis Matemático I que cuenta con 108 horas clases, a dichos problemas, solo se le dedican 6 horas clases, en las que se aplican procedimientos para resolverlos, a juicio del autor no son suficientes las horas clases dedicadas a ellos, ya que son la base para que los estudiantes puedan entender los problemas que se le presentan en la vida práctica y los relacionados con otras disciplinas, además es insuficiente el tratamiento que se le da al (PHG) para resolver los problemas de optimización de funciones reales de una variable real.

Consideraciones finales

De lo tratado con anterioridad en este trabajo, se puede concluir que:

El tratamiento de los problemas de optimización ha tenido diferentes exigencias en cuanto a: el número de horas clases, los objetivos, el contenido, las habilidades, los valores y los medios a emplear en los planes de estudio analizados, siendo en el programa del Plan E, donde estos elementos tienen una mejor concepción, y aún cuenta con sus limitaciones.

Los procedimientos empleados para la resolución de problemas de optimización de funciones reales de una variable el proceso de enseñanza - aprendizaje de la asignatura Análisis Matemático I en los programas correspondientes a las etapas estudiadas son limitados, careciendo de fundamentos didácticos para lograr la adecuada interiorización de los contenidos para la resolución de problemas de optimización.

La aplicación del (PHG) para resolver los problemas de optimización de funcione reales de una variable real en el proceso de enseñanza – aprendizaje de la asignatura Análisis Matemático I en los diferentes planes de estudio ha tenido una limitada aplicación ya que no se la da una adecuada utilización, donde no se aplican las cuatro fases que lo componen, solo se aplicaban dos fases comprender el problema y encontrar las vías de solución.

Referencias

- Cuba. Ministerio de Educación Superior (MES, 2016). *Modelo del Profesional Plan E. Licenciatura en Educación. Matemática*. La Habana: Autor.
- Cuba. Ministerio de Educación (Mined, 1977). *Plan de Estudio A*. La Habana: Autor.
- Cuba. Ministerio de Educación (Mined, 1982). *Plan de Estudio B*. La Habana: Autor.
- Cuba. Ministerio de Educación (Mined, 1990). *Plan de Estudio C*. La Habana: Autor.
- Cuba. Ministerio de Educación (Mined, 2003). *Plan de Estudio C modificado*. La Habana: Autor.
- Cuba. Ministerio de Educación (Mined, 2010). *Plan de Estudio D*. La Habana: Autor.
- La Guía (30 de noviembre de 2012). Recuperado de <https://matematica.laguia2000.com/general/problemas-de-optimizacion>
- Malaspina, U. y Font, V. (2010). *The role of intuition in the solving of optimization problems*. Dordrecht, Netherland: Educational Studies in Mathematics.
- Ochoa, D. E. (2014). *Procedimiento Didáctico para Favorecer el Aprendizaje de las Funciones Reales de una Variable Real en el proceso de Enseñanza - Aprendizaje de la Disciplina Análisis Matemático* (tesis de maestría inédita). Universidad de Ciencias Pedagógicas Pepito Tey, Las Tunas.
- Santiago, A. (2008). *Evolução histórica dos problemas de optimização e o seu tratamento no Ensino Secundário português nos séculos XX e XXI* (tesis doctoral). Universidad de Salamanca, Salamanca.