

Estrategia para la comprensión de problemas matemáticos desde la búsqueda de relaciones

Strategies for the understanding of mathematical problems from the quest of relations

Dioscórides Miranda Suárez¹ (dmiranda@uho.edu.cu) (<https://orcid.org/0000-0002-2557-6474>)

Ada Iris Infante Ricardo² (adairisinri@gmail.com) (<https://orcid.org/0000-0002-1358-3888>)

Marlenis Dorrego Pupo³ (mdorrego@uho.edu.cu) (<https://orcid.org/0000-0003-1985-4973>)

Resumen

En el artículo se aborda una de las dificultades más comunes en el aprendizaje de la matemática, la resolución de problemas y en específico la comprensión como un aspecto esencial. El estudio realizado permitió elaborar una estrategia dirigida a la preparación de los alumnos para comprender los problemas matemáticos. La contribución está avalada por la revisión de la bibliografía consultada y la experiencia de especialistas en el tema. La estrategia que se propone posibilita crear un ambiente escolar favorable durante las clases, una actitud de aceptación, perseverancia y reflexión ante los problemas matemáticos. Esto permite hacer un análisis adecuado y descubrir los nexos y relaciones del problema para llegar a nuevos juicios, y con ello transformar la información recibida en una representación interna que se integra en un esquema cognitivo que permite la comprensión acabada del problema. Los resultados expuestos contribuyen al desarrollo de personas más creativas, con mayor nivel de razonamiento y más competentes en la solución de problemas de diferentes tipos.

Palabras claves: Estrategia, problemas matemáticos, comprensión, búsqueda de relaciones.

Abstract

The article addresses one of the most common difficulties in learning mathematics, the problem solving, and specifically understanding as an essential aspect. The study made it possible to develop a strategy aimed at preparing students to understand mathematical problems. The contribution is supported by the review of the bibliography consulted and the experience of specialists in the subject. The strategy makes it

¹ Máster en Didáctica de la Matemática. Licenciado en Educación. Profesor Auxiliar. Profesor de Matemática. Universidad de Holguín, Cuba.

² Doctora en Ciencias Pedagógicas. Licenciada en Educación. Profesora Titular. Profesora de Física e investigadora del Centro de Estudios para la Formación Laboral. Universidad de Holguín, Cuba.

³ Doctora en Ciencias de la Educación. Centro de Estudios para la Formación Laboral. Universidad de Holguín, Cuba.

possible to create a favorable school environment during classes, an attitude of acceptance, perseverance and reflection in the face of mathematical problems. This allows to make an adequate analysis and to discover the links and relations of the problem to arrive at new judgments, and with it to transform the information received in an internal representation that is integrated in a cognitive scheme that allows the finished understanding of the problem. The exposed results contribute to the development of more creative people, with a higher level of reasoning and more competent in solving problems of different types.

Key words: Strategy, mathematical problems, understanding, quest of relations.

Los problemas de aprendizaje de la matemática que presentan un porcentaje alto de estudiantes tienen su causa, en lo fundamental, en dificultades para producir y utilizar técnicas y procedimientos que les permitan la utilización de un enfoque estratégico en el aprendizaje, de manera que, a partir de la regulación adecuada de su conducta, les permita enfrentarse con cierto grado de independencia y flexibilidad a los nuevos aprendizajes.

El aprendizaje estratégico (Burón, 1994; Cruz, 2002; Castellanos, 2005; Pozo, 1998), conlleva el énfasis en aprender a buscar los medios que conducen a la adquisición del conocimiento; seleccionar información, elegir medios y vías para la solución de los problemas; destacar hipótesis, ordenar y relacionar datos para propiciar la comprensión adecuada de la información que se brinda y procesarla adecuadamente.

El término estrategia originalmente fue un concepto militar y se definía como los procedimientos para realizar el plan de una operación militar a gran escala y cuyas etapas intermedias se designan como tácticas. Varios estudiosos del tema coinciden en afirmar que, en diferentes ámbitos, esta puede concebirse como el conjunto de procedimientos que se organizan y se llevan a cabo para conseguir algún objetivo, o distintos modos de actuar elegido por el sujeto para un determinado fin.

De la aplicación de una determinada estrategia debe esperarse un cambio cualitativo, lo que podrá observarse a corto, mediano o largo plazo. Es por ello que la estrategia tiene que ser futurista, sistémica, abierta, integradora y participativa. Para que una determinada actividad se convierta en estrategia, sus objetivos deben ser estratégicos y sus planes deben ser tácticos.

Un análisis etimológico permite conocer que proviene de la voz griega *estrategos* (general) y que, aunque en su surgimiento sirvió para designar el arte de dirigir las operaciones militares, luego, por extensión, se ha utilizado para nombrar la habilidad, destreza, pericia para dirigir un asunto. Independiente de las diferentes acepciones que posee, en todas ellas está presente la referencia a que “la estrategia sólo puede ser establecida una vez que se hayan determinado los objetivos a alcanzar” (Marimón y Guelmes, 2011, p.21)

Desde el punto de vista didáctico, una estrategia es

la proyección de un sistema de acciones a corto, mediano y largo plazo que permite la transformación del proceso de enseñanza aprendizaje en una asignatura, nivel o institución tomando como base los componentes del mismo y que permite el logro de los objetivos propuestos en un tiempo concreto. (Marimón y Guelmes, 2011, p. 45)

Una estrategia para la resolución de problemas es

un procedimiento generalizado constituido por esquemas de acciones cuyo contenido no es específico, sino general, aplicable en situaciones de diferente contenido, que el sujeto utiliza para orientarse en situaciones en las que no tiene un procedimiento 'ad hoc' y sobre la base de las cuales decide y controla el curso de la acción de búsqueda de la solución. (Campistrous y Rizo, 2000, p. 8)

El presente trabajo se centra en el análisis de la metacognición desde un aspecto muy concreto del proceso de resolución de problemas, la comprensión; al ajustar el análisis de la búsqueda de relaciones como aspecto importante a desarrollar por los estudiantes para acometer la resolución de problemas desde la perspectiva metacognitiva; en particular aquellos problemas que requieren de un razonamiento para encontrar nuevos juicios y regularidades a partir las relaciones y los nexos entre los datos, logrando un modo de actuación consciente hacia la búsqueda de la vía de solución, así como el desarrollo de la capacidad de análisis y reflexión ante las diferentes situaciones que se encuentran en cada problema matemático.

¿Qué es un problema matemático?

Teniendo en cuenta la importancia que tiene la resolución de problemas para el desarrollo psicológico y cognoscitivo del estudiante, se puede señalar que los problemas deben tener un carácter desarrollador, o sea, no deben orientarse al nivel de desarrollo actual del alumno sino a un estadio superior: el resolutor debe partir de lo conocido (lo dado) hacia lo desconocido (lo buscado). En esto se manifiesta la teoría de Vigotsky (1968) sobre la Zona de Desarrollo Próximo (ZDP), que expresa la relación interna entre enseñanza y desarrollo, cada problema resuelto pasa a formar parte del conocimiento del alumno, lo que servirá para resolver nuevos problemas dirigidos a un nivel superior de desarrollo psíquico y cognitivo.

De esta forma la actividad planificada de resolver problemas matemáticos conduce al desarrollo de procesos mentales y estos a su vez facilitan la resolución de dicha tarea docente. Desde este punto de vista la posición psicológica que se asume es el enfoque histórico – cultural, aunque en el proceso de resolución de un problema se manifiesta también el principio de desequilibrio y reacomodo expresado por la teoría de Piaget.

Desde el punto de vista pedagógico se aspira a desarrollar en los alumnos una actitud de aceptación hacia las matemáticas, al lograr una mayor motivación por la misma a través del planteo de situaciones problemáticas, tanto de carácter intramatemático como de la vida, que le muestre una utilidad inmediata de lo que está aprendiendo en la

escuela, para el logro de tal objetivo el docente debe contar con una caracterización lo más precisa posible de lo que es un problema matemático.

Resolver problemas es una actividad humana fundamental. De hecho, nuestro pensamiento consciente trabaja la mayor parte sobre problemas. Cuando no dejamos la mente a su libre albedrío, cuando no la dejamos soñar, nuestro pensamiento tiene un fin, buscamos medios, buscamos resolver un problema. En mi opinión el primer deber de un profesor de Matemáticas es usar esta gran oportunidad, debería hacer todo lo posible por desarrollar en sus estudiantes la habilidad para resolver problemas. (Polya, 2002, p. 22)

Este autor inicialmente se refiere a la palabra problema en su sentido más amplio, para expresar aquello en lo que se expone una situación de la cual se busca un resultado a partir de ciertos datos, pero posteriormente se refiere al significado más preciso que tiene esta palabra para los que se dedican a la enseñanza de las matemáticas.

En su más amplia acepción, problema significa que se expone una situación de la cual se busca un resultado, pero en el contexto de la enseñanza de las Matemáticas se requiere de una precisión. Según Labarrere (1996), Campistrous y Rizo (2000), Blanco y Cárdenas (2013) se puede asumir una caracterización acabada de este término como aquella situación en la cual:

- a) Existe una persona o grupo que desea resolverla.
- b) Existe un estado inicial y una meta a alcanzar.
- c) Existe algún impedimento entre el estado inicial y el estado final.

Se tiene entonces que una situación dada constituye o no un problema en dependencia de la persona o grupo de personas que la enfrenta. Cada problema constituye un reto en la que se desconocen la vía de solución y el tiempo para resolverlo. No obstante, se necesita confiar en que la inteligencia y las habilidades que se poseen son adecuadas para abordarlo.

Labarrere (1996) hace una diferenciación de los problemas, los docentes (los de la escuela) y los de la vida. En la Didáctica de la Matemática, el término problema se equipara a “problemas matemáticos docentes”, o sea, aquellos que están dirigidos a cumplir con los objetivos y contenidos de la enseñanza de la Matemática.

Clasificación de los problemas matemáticos y algunas ideas generales para abordar su solución

Un aspecto importante para tener cierta orientación al iniciarse en la resolución de problemas es el hecho de contar con una clasificación acertada de estos. Es amplia la literatura que aborda esta temática (Palacio y Sigarreta, 2000; Polya, 2002; Blanco y Cárdenas, 2013) atendiendo a diferentes aspectos, entre los que se pueden destacar: la presentación del problema, sus exigencias o el nivel de creatividad que se requiere para su solución. De acuerdo con Polya (2002), atendiendo a las exigencias del problema, se clasifica en: problemas por resolver y problemas por demostrar.

Este autor toma como punto de partida los elementos expuestos por Pappus en su séptimo libro de las *Collectines*, pero no refiriéndose a los problemas geométricos sino a problemas matemáticos de cualquier contenido. En los problemas por resolver se requiere descubrir cierto objeto, la incógnita (que recibe el nombre de *quaesitum*, o lo que se busca, o lo que se pide). Estos pueden ser teóricos o prácticos, abstractos o concretos, complejos o simples acertijos. Sus principales elementos son la incógnita, los datos y las condiciones.

Los problemas matemáticos docentes por lo general son problemas por resolver, estos se deben proponer a los estudiantes de los primeros grados y sobre todo relacionados con el entorno social, y en correspondencia con la etapa de desarrollo psíquico en que se encuentren, por lo que se debe tener muy presentes los componentes psicológicos que intervienen en la resolución.

En los problemas por demostrar se requiere mostrar de modo concluyente la exactitud o falsedad de una afirmación claramente enunciada. Sus principales elementos son la hipótesis y la conclusión que hay que demostrar. Es importante incorporar en la preparación de los alumnos de grados superiores un buen número de problema de este tipo, ya que constituyen la mejor opción para adquirir un razonamiento riguroso, lo que le aportará al estudiante un punto de comparación para juzgar el valor de las demostraciones que les propondrá la vida moderna.

“Solo enfocarse en la parte deductiva, no ayuda a sistematizar el tipo de razonamiento inductivo previo, productor de experiencias inductivas claves para garantizar el éxito en la resolución de problemas matemáticos de demostración” (Álvarez, Alonso y Gorina, 2018, p. 19)

A pesar de que se considera que la práctica es la escena para el desarrollo de las habilidades y capacidades para resolver problemas, se hace necesario preparar previamente a los alumnos a través de actividades que los motiven y los dirijan hacia un análisis consciente que les permita encontrar las relaciones y los nexos entre los diferentes componentes del problema, o sea, ver el problema como un todo, aunque en determinado momento deba separarlo en problemas parciales.

Sobre la base de esta intencionalidad se sustenta la presente investigación, en la que se asume que encontrar relaciones en un determinado problema, no es solo la búsqueda de datos o informaciones que dependan de lo conocido, sino, que sobre el análisis de la relación entre determinados juicios e hipótesis se llegue a la formación de nuevos juicios, es buscar regularidades que se cumplen en lo que se conoce del problema.

La fase de comprensión del problemas es la de mayor importancia pues es en ella, donde se requiere de un mayor poder de análisis, se establecen los nexos y las relaciones, se llega a nuevos juicios, se hace una revisión y búsqueda de los conceptos y conocimientos relacionados con el problema; en esta fase se requiere de un pensamiento flexible y de la imaginación, es donde se requiere de una mayor motivación

así como de la voluntad de quien resuelve el problema; aunque no se niega que en las demás etapas intervengan estos factores psicológicos. (Miranda, 2002, p. 36)

Para comprender el problema debe comenzarse por su enunciado, tratando de visualizarlo como un todo, logrando familiarizarse con él, grabando su propósito en la mente. Esta atención que se le dedica puede estimular la memoria y prepararla para recoger los aspectos más importantes.

Posteriormente se aíslan las partes principales del problema, si se trata de un problema por demostrar son: hipótesis y tesis; y si se trata de un problema por resolver: la incógnita y los datos. Pueden establecerse entonces las relaciones existentes entre cada detalle y el conjunto del problema. Es importante que en esta etapa el alumno interiorice la idea de la situación problémica que se le plantea y llegue a pronunciarla con sus propias palabras.

Concebir un plan es establecer las relaciones que existen entre los elementos y construir la estrategia para la solución. Debe ejecutarse el plan solamente cuando se esté seguro de que conducirá a la solución correcta, que cumpla con las condiciones exigidas por el problema.

Se efectúan luego en detalles todas las acciones que previamente se han concebido como factibles, asegurándose de la exactitud de cada paso mediante un razonamiento formal o la intuición, hasta llegar a la solución del problema; la ejecución es seguir exactamente los pasos hasta arribar a la solución. Aquí debe comprobarse que cada una de las operaciones efectuada sea correcta.

La visión retrospectiva encierra la verificación del resultado y del razonamiento, así como precisar si se puede obtener de otra manera el resultado. Se debe analizar si el resultado o método es aplicable a otros problemas, es importante que en los casos posibles los estudiantes lleguen a formular generalizaciones a partir de resultados particulares.

El proceso de comprensión y la búsqueda de relaciones

Los estudiantes deben aprender a plantearse y resolver problemas en situaciones que tengan sentido para ellos, y les permitan generar y comunicar conjeturas. Deben conocer y comprender los procedimientos que sirven para resolver dichos problemas, factores que les faciliten la motivación hacia la resolución de los mismos.

“Comprender el problema implica transformar la información recibida en una representación interna en la memoria del sujeto, e integrarla en un esquema cognitivo que permita darle significado” (Toboso, 2004, p. 128).

Los problemas deben dar a los alumnos la oportunidad de explorar relaciones conocidas y utilizarlas para descubrir o asimilar nuevos conocimientos los cuales a su vez servirán para resolver nuevos problemas. Esta es, esencialmente, la naturaleza de la actividad matemática.

“Relaciones son los nexos a establecer entre los distintos conocimientos de las ciencias, aportados por conceptos, propiedades, leyes, principios, teorías, establecidos sobre sus distintos elementos y que pueden observarse como tales a través de símbolos, figuras, gráficos, fórmulas, etc.” (Palacio, 2003, p. 2)

El proceso de búsqueda de relaciones es un modo de actuación de extraordinaria utilidad a la hora de resolver problemas y en particular problemas matemáticos, pues si no se logra encontrar las relaciones que ofrecen los datos, figuras, fórmulas... y su relación con la o las preguntas que formula el problema, entonces será difícil concebir un plan que conduzca al éxito en la resolución de problemas. (Amat, Gamboa y Carmenate, 2005, p. 4)

La búsqueda de relaciones durante el proceso de comprensión contribuye al desarrollo de capacidades psicológicas que posteriormente servirán para resolver otros problemas y con un mayor nivel de dificultad. A decir de Duval (2016), la comprensión e interiorización que los alumnos desarrollan acerca de un determinado objeto matemático, se ve fortalecida y consolidada cuantas más conexiones se establezcan entre los múltiples registros de representación que permiten trabajar con dicho objeto.

Como es conocido, la comprensión depende de diferentes variables como las habilidades de lectura e interpretación, sobre todo si el resolutor es capaz de realizar una lectura global, si es capaz de identificar el significado de cada palabra o si puede deducir su significado a partir del propio texto, o cuando sea necesario investigar el significado de esta.

La comprensión depende además del nivel de cultura general, entorno escolar, familiar, sociocultural, y del dominio de la lengua materna; otro factor que influye en la comprensión es el conocimiento que se posea del tema que se estudia, es por lo que la comprensión de los problemas matemáticos depende, además, del nivel cognitivo que posea el estudiante sobre esta asignatura.

De acuerdo a la caracterización de problema matemático, existen problemas no contextualizados, por lo que la comprensión de este depende de las habilidades matemáticas, del dominio de los conceptos, o de las relaciones matemáticas que sea capaz de descubrir el resolutor. Para que la comprensión del problema matemático sea más eficiente, el alumno debe poseer una determinada estrategia que le permita dirigir su pensamiento.

Las estrategias de comprensión

Para analizar las estrategias de comprensión es importante partir de las estrategias de aprendizaje. Estas se definen indistintamente como:

- “conductas y pensamientos que un aprendiz utiliza durante el aprendizaje con la intención de influir en su proceso de codificación” (Weinstein y Mayer, 1986, p. 315).

- “secuencias integradas de procedimientos o actividades que se eligen con el propósito de facilitar la adquisición, almacenamiento o utilización de la información” (Pozo, 1990, p. 201)
- “la secuencia de procedimientos que se aplican para lograr aprender” (Mayor, Suengas y González, 1993, p. 29)
- “las actividades u operaciones mentales seleccionadas por un sujeto para facilitar la adquisición del conocimiento” (Beltrán, 1998, p. 205).

Entre las características de este tipo de estrategias Gardner (2001) reconoce que la estrategia se encuentra bajo el control del sujeto, y son incluidas deliberadamente en los procesos para los que son necesarias; como consecuencia requiere atención y pueden ser objeto de planificación, evaluación y modificación.

Brown (1987) contraponen técnica y estrategia: un sujeto puede aplicar una determinada técnica a ciegas, sin utilizarla estratégicamente para el procesamiento de la información; una técnica se convierte en estrategia cuando el sujeto sabe cuándo, cómo y dónde utilizarla.

De lo expuesto anteriormente, se deduce que deben proponerse problemas, que obliguen al estudiante a dirigir su atención hacia la búsqueda de relaciones, logrando habilidades en este sentido que puedan ser utilizadas durante la comprensión de otros problemas. La estrategia que se propone en el presente trabajo tiene un carácter específico y debe partir de la instrucción hasta lograrse un nivel de autodirección consciente, que a través de la ejercitación logre una actuación dinámica y fluida.

Las estrategias de comprensión y aprendizaje también han sido clasificadas en cognitivas (repetición, elaboración, organización de tareas simples y complejas), metacognitivas (superación de la comprensión), y afectivas (Weinstein, 1998).

Beltrán (1993) las clasifica en cognitivas (sensibilización, atención, adquisición, personalización, recuperación y evaluación) y metacognitivas (conocimiento y control); Lozano y Tejada (2019) y Arteaga, Macías y Pizarro (2020) se refieren a estrategias cognitivas, heurísticas y metacognitivas; las cognitivas se refieren a la adquisición (atención, codificación y reestructuración) y al uso (manejo, generalización y aplicación) de la información; las heurísticas incluyen tanto aspectos emocionales como motivacionales; las metacognitivas, la actividad reflexiva (toma de conciencia y control) y el desarrollo global del proceso de aprendizaje (planeamiento, seguimiento y evaluación).

Se considera que los elementos del aprendizaje se complementan mutuamente, por lo que a pesar de que en un determinado momento se use una estrategia con un fin determinado, esta no es tan absoluta y lleva implícita, características de las otras.

La estrategia que se propone se considera metacognitiva, ya que predomina la actividad reflexiva sobre el conocimiento sobre la base de la relación que se establece entre el ¿Para qué conozco?, ¿Qué conozco? Y ¿Cómo lo conozco?, y está

encaminada hacia la superación del nivel de comprensión; lleva implícitas características de las otras estrategias y contribuye a desarrollar una actitud de aceptación hacia los problemas, lo que facilita la adquisición y uso de la información.

Estrategia de comprensión del problema matemático desde la búsqueda de relaciones

La estrategia que se sigue para la orientación hacia la comprensión de los problemas contempla los siguientes pasos:

1. Lectura cuidadosa del problema

Es necesaria una adecuada orientación hacia el análisis del significado de las palabras fundamentales, seleccionar las palabras desconocidas e intentar comprender su idea a través del texto (si es un problema con texto) o buscar su significado; con esto debe lograrse en el estudiante una representación íntegra y global del problema.

Esta etapa está muy relacionada con la posterior, pues la búsqueda de relaciones es una consecuencia directa de la buena lectura del problema. También se tendrá presente la necesidad provocada en los alumnos mediante la motivación, proceso que necesita del uso de los recursos didácticos por parte del profesor.

Si no hay motivación no habrá búsqueda de relaciones. Debe recordarse que al definir problema, se expresa que es una actividad donde el alumno percibe una diferencia entre un estado presente y un estado deseado. El término percibe está íntimamente relacionado con la buena lectura y el término deseado con la motivación y ambos son motores impulsores para la búsqueda de relaciones.

2. Búsqueda de relaciones

La amplitud del término relaciones estará dado por el contexto donde se esté trabajando, pero siempre será fundamental para resolver los problemas. En el contexto matemático las relaciones estarán dadas por números, letras, figuras o dibujos, funciones, procedimientos, conceptos y otros en dependencia de la rama de las matemáticas que se esté estudiando.

Esto incluye también las relaciones entre los elementos de una hipótesis de soluciones, relaciones con otros contenidos y el análisis entre los juicios de un razonamiento. En campo de acción abordado, las relaciones más frecuentes son entre números, figuras y letras o la combinación de estas.

En esta fase se realiza un análisis del tipo de relación que se puede establecer en el problema, y se orienta la determinación de nuevos juicios e hipótesis; la orientación hacia la búsqueda de relaciones debe lograr participación consciente en el análisis del problema y evitar la ejecución mecánica.

3. Decisión y ejecución

En esta etapa se ejecutan las operaciones que conducen a la solución, con una previa decisión de que los pasos a seguir o la vía seleccionada es la correcta.

A continuación, se muestran algunos ejemplos de cómo los problemas que se han elaborado están en estrecha correspondencia con los contenidos de los programas de la enseñanza, y como el entrenamiento en solucionar problemas con estas características facilitan la comprensión de otros que se resuelven en el contexto escolar.

Ejemplo 1. Basado en la indicación dada en la figura 1, complete la figura 2.

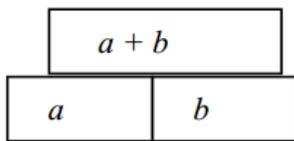


Figura 1

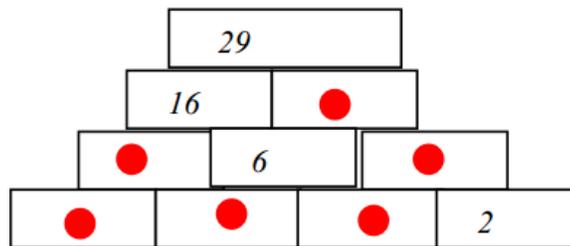


Figura 2

En este problema se muestra la necesidad de conocer siempre dos elementos de la suma para poder determinar el tercero, la interpretación del mismo propicia el desarrollo de la noción de condición necesaria, condición suficiente, y necesaria y suficiente que se debe poseer para resolver ejercicios.

Ejemplo 2. ¿Dónde situaría al número 36, debajo o arriba?

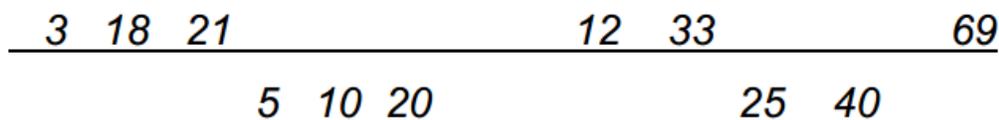


Figura 3

Como se puede apreciar, en este ejercicio el alumno debe descubrir la relación que existe entre los elementos de cada uno de los conjuntos de números separados por la línea, determinar la regularidad que tiene el número 36 con uno de estos. Después de descubrir que todos los números de la parte superior son múltiplos de 3, entonces podrá resolver el problema.

Etapas para la aplicación de la estrategia

Inicialmente se debe determinar a partir de un diagnóstico la necesidad de utilización de la estrategia para instruir a los estudiantes (conocimientos, habilidades, destrezas, capacidad de razonamiento), se delimitan los objetivos y contenidos del programa de la estrategia, se seleccionan los métodos y los medios a emplear.

En el caso de la estrategia que se propone se ha podido comprobar la necesidad de su aplicación, ya que la mayoría de los alumnos no realizan un análisis adecuado de las relaciones entre los elementos del problema y de una forma acelerada proponen respuestas y soluciones totalmente erróneas.

El objetivo fundamental de la misma está encaminado a frenar los impulsos a la ejecución insegura y dirigir la atención hacia la búsqueda de relaciones, o sea, primero el estudiante debe enfrentarse a la identificación del contenido, al análisis de su conocimiento sobre las informaciones que le ofrece el problema y posteriormente a las operaciones con él.

Fases o etapas para la aplicación de la estrategia:

1. La instrucción y el aprendizaje observacional.

En esta fase se explica y se demuestra la estrategia teniendo en cuenta los siguientes aspectos:

- Descripción de los principales rasgos característicos.

Se deben discutir un grupo de ejercicios de diferentes campos del conocimiento, algunos de éstos que no requieran de las habilidades matemáticas de cálculo, sino de habilidades para buscar regularidades, obtener nuevos juicios a partir de lo conocido, elaborar otras interrogantes como, por ejemplo, ¿Por qué este dato?, ¿Qué conozco sobre él?, ¿Qué no conozco? Se proponen los pasos a seguir para facilitar la comprensión de los problemas propuestos.

- Explicación del por qué se debe aprender a utilizar la estrategia, destacando los beneficios que aporta su aplicación.

La lectura cuidadosa, así como separar los datos de la incógnita no siempre es suficiente para la comprensión, en ocasiones hay que descubrir datos a partir de determinadas relaciones, habilidad que no siempre se desarrolla con el nivel necesario, en los estudiantes. La aplicación de la estrategia propuesta beneficia el nivel de razonamiento en el estudiante, ya que le recomienda detenerse a pensar sobre las condiciones e interrogantes del problema.

Los problemas deben enfrentar al estudiante a situaciones nuevas, cada uno diferente a los demás, con lo que se logra un modo de actuación más reflexivo y consciente, evitando las tendencias a la ejecución.

- Demostrar cómo utilizarla, mostrando los distintos componentes y su interrelación a través de ejemplos, así como los diferentes pasos a seguir para su utilización.
- Por último debe mostrarse cómo evaluar su utilización.

Este es un paso importante para poder determinar si se está incidiendo en la transformación del problema inicial, si se avanza en la consecución de los objetivos para alcanzar el estado deseado; se considera que deben realizarse actividades de control y evaluación sistemáticas. Esto se puede realizar a través de la observación sistemática y de pruebas pedagógicas para contrastar los resultados de partida con los finales.

2. La práctica y conocimiento de los resultados

El tiempo dedicado a la práctica, está en dependencia del aprendizaje y adquisición de la estrategia. El conocimiento de los resultados, debe ser ofrecido por el profesor y es de suma importancia para comprobar el nivel de adquisición de la estrategia.

3. La automatización

Se logra con la práctica y el uso frecuente de la estrategia, en un principio la actividad del alumno se hace más dirigida, mientras que a medida que se incrementa la práctica, su actuación se hace más fluida, dinámica y será más independiente, a la vez requerirá de un menor esfuerzo mental.

4. La generalización de la estrategia

Constituye el objetivo fundamental de la estrategia ya que, como un programa de entrenamiento, su intención es preparar al alumno en el uso de nuevos recursos para comprender y resolver nuevos problemas. Cuando se haya logrado este objetivo el estudiante aplicará las habilidades desarrolladas a situaciones nuevas.

A modo de conclusión se puede plantear que la resolución de problemas matemáticos escolares, en su función de medio y fin del aprendizaje, constituye una actividad compleja e integral que requiere, entre otros elementos, del nivel de comprensión del resolutor, estos factores se complementan mutuamente, y dependen a su vez de otras variables; por esta razón, con la estrategia propuesta, no se pretende resolver las dificultades que existen en cuanto a la comprensión de los problemas, sino incidir positivamente en este aspecto que se considera fundamental en el proceso de la actividad.

La estrategia que se propone contribuye a que los estudiantes pierdan el miedo a la resolución de los problemas, se logre una motivación mayor por el estudio de los problemas matemáticos, se desarrolle el pensamiento lógico y el pensamiento divergente, se erradiquen las tendencias a la ejecución que predominan en ellos y le plantea al maestro una forma de combatir los patrones de actuaciones negativos de los estudiantes al enfrentar la actividad de resolver los problemas.

Referencias

- Álvarez, J., Alonso, I. y Gorina, A. (2018). Método didáctico para reforzar el razonamiento inductivo-deductivo en la resolución de problemas matemáticos de demostración. *Formación y Calidad Educativa (REFCaE)*, 6(2), 17-32. Recuperado de <http://refcale.uleam.edu.ec/index.php/refcale/article/view/2545>
- Amat, M., Gamboa, M. E. y Carmenate, O. (2005). La búsqueda de relaciones: una vía para resolver problemas matemáticos en la educación primaria. En *Memorias del V Congreso Internacional Virtual de Educación* (7-27 de febrero de 2005). Recuperado de http://sedici.unlp.edu.ar/bitstream/handle/10915/24569/Documento_completo.pdf?sequence=1&isAllowed=y
- Arteaga, B., Macías, J. y Pizarro, N. (2020). La representación en la resolución de problemas matemáticos un análisis de estrategias metacognitivas de estudiantes de secundaria. *Uniciencia*, 34(1), 263-280. Recuperado de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=7148002>
- Beltrán, J. (1993). *Procesos, estrategias y técnicas*. Madrid: Síntesis.
- Beltrán, J. (1998). Estrategias de aprendizaje. En V. Santiuste y J. Beltrán (Eds.) *Dificultades de Aprendizaje*, (201-240). Madrid: Síntesis.
- Blanco, L. y Cárdenas, J. A. (2013). La resolución de problemas como contenido en el currículo de primaria y secundaria. *Campo Abierto*, 32(1), 137-156.
- Brown, A. (1987). Metacognition, executive control, self-regulation, and other more mysterious mechanisms. In Reiner, F. y Kluwe, R. (Eds.), *Metacognition, Motivation, and Understanding* (pp. 65-116). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Burón, J. (1994). *Aprender a aprender: Introducción a la metacognición*. Bilbao: Editora Mensajero.
- Campistrous, L. y Rizo, C. (2000). *Tecnología, resolución de problemas y didáctica de la Matemática* (tesis doctoral inédita). Instituto Central de Ciencias Pedagógicas, Ministerio de Educación. La Habana, Cuba.
- Castellanos, D. (2005). *Estrategias para promover el aprendizaje desarrollador en el contexto escolar*. Curso 26, Pedagogía 2005. La Habana: Educación Cubana.
- Cruz, M. (2002). *Estrategia metacognitiva en la formulación de problemas para la enseñanza de la matemática* (tesis doctoral inédita). Instituto Superior Pedagógico José de la Luz y Caballero. Holguín, Cuba.
- Duval, R. (2016). Un análisis cognitivo de problemas de comprensión en el aprendizaje de las matemáticas. En *Comprensión y aprendizaje en matemáticas: perspectivas semióticas seleccionadas* (pp. 61-94). Colombia: Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

- Gardner, H. (2001). *Estructura de la mente: la teoría de las inteligencias múltiples*. Santafé de Bogotá: Fondo de Cultura Económica.
- Labarrere, A. F. (1996). *Pensamiento. Análisis y autorregulación de la actividad cognoscitiva de los alumnos*. La Habana: Pueblo y Educación.
- Lozano, I. A. y Tejada, J. N. (2019). Modelo de resolución de problemas para el proceso educativo en el área de matemáticas. *Brazilian Journal of Development*, 5(6), 6045-6054. Recuperado de <http://www.brazilianjournals.com/index.php/BRJD/article/view/1827>
- Marimón, J. E. y Guelmes, E. L. (2011). La estrategia como resultado científico de la investigación educativa. En N. De Armas y otros (2011). *Resultados Científicos en la Investigación Educativa*. (pp. 20-51). La Habana: Pueblo y Educación.
- Mayor, J., Suengas, A. y González, J. (1993). *Estrategias metacognitivas. Aprender a aprender y aprender a pensar*. Madrid: Síntesis.
- Miranda, D. (2002). *Una estrategia para la comprensión de los problemas matemáticos en el segundo ciclo de la enseñanza primaria* (tesis de maestría inédita). Instituto Superior Pedagógico José de la Luz y Caballero. Holguín, Cuba.
- Palacio, J. (2003). *Didáctica de la Matemática: Búsqueda de relaciones y Contextualización de problemas*. Perú: Fondo editorial del pedagógico San Marcos.
- Palacio, J. y Sigarreta, J. M. (2000). El arte de preguntar, elemento esencial en el tratamiento de los problemas matemáticos. *Ciencias Holguín*, julio.
- Polya, G. (2002). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas.
- Pozo, I. (1990). Estrategias de aprendizaje. En Coll, C.; Marchesi, A. y Palacios, J. (Comps.) *Desarrollo psicológico y educación. Psicología de la educación*, (199-224). Madrid: Alianza.
- Pozo, I. (1998). *Aprendices y maestros. La nueva cultura del aprendizaje*. Madrid: Alianza Editorial.
- Toboso, J. (2004). *Evaluación de habilidades cognitivas en la resolución de problemas matemáticos* (tesis doctoral inédita). Universidad de Valencia. Recuperado de <http://www.tesisenxarxa.net/TDX-0519105-125833/>
- Vigotsky, L. S. (1968). *Pensamiento y lenguaje*. La Habana: Edición Revolucionaria.
- Weinstein, C. E. y Mayer, R. E. (1986). The teaching of learning strategies. En M. C. Wittrock (Ed.) *Handbook of research on teaching*. New York: McMillan.
- Weinstein, J. (1998). La búsqueda del tesoro perdido: Educación y juventud en América Latina. *Boletín Proyecto Principal de Educación en América Latina y el Caribe* (45), 71-86.