LA SISTEMATIZACIÓN DE LA GEOMETRÍA EN EL SEXTO GRADO A TRAVÉS DE EJERCICIOS INTEGRADORES

THE SYSTEMATIZATION OF GEOMETRY IN SIXTH GRADE THROUGH INTEGRATED EXERCISES

Isabel Alfonso Cruz*.(isa@ltu.rimed.cu)

Raida Izquierdo Arias* (ria@ltu.rimed.cu)

RESUMEN

El artículo ofrece ejercicios integradores que potencian el aprendizaje de la geometría en los escolares de sexto grado. La propuesta se sustenta en el establecimiento de relaciones interdominios e intradominios cognitivos de la Matemática del grado, lo que permite la elaboración de ejercicios en los que se integran contenidos correspondientes al dominio cognitivo geometría con contenidos afines de los restantes dominios.

PALABRAS CLAVES: ejercicio integrador, geometría.

ABSTRACT

The article offers integrative exercises that favor geometry learning in sixth graders. The proposal is based on the establishment of Mathematical cognitive inter and intradominion relations in the grade, which paves the way for the elaboration of exercises in which the contents corresponding to geometrical cognitive dominion are related to alike contents of the other dominions.

KEY WORDS: integrative exercise, geometry

* Profesoras de la Universidad de Ciencias Pedagógicas” Pepito Tey”. Las Tunas, Cuba.

Enseñanza aprendizaje de la geometría

En los momentos actuales, cuando se llevan a cabo más de 150 Programas de la Revolución en la Batalla de Ideas, cuando se trabaja para que los educandos aprendan cada día más y adquieran una cultura general integral, el aprendizaje de la geometría cobra una mayor importancia, pues propicia que el alumno se apropie de forma consciente de los conocimientos, habilidades y capacidades que le permitan el análisis, la reflexión y aplicación de los conocimientos adquiridos en la temática, con mayor facilidad, aspectos que caracterizan entre otros un aprendizaje desarrollador; y posibilita el desarrollo activo en los alumnos de la capacidad de investigar y aplicar los conocimientos adquiridos según sus propias iniciativas.

La enseñanza de la geometría tiene amplias posibilidades de contribuir al desarrollo del pensamiento del individuo y son precisamente los maestros los encargados de iniciar el desarrollo del pensamiento geométrico en las edades tempranas, son ellos los que tienen la tarea de lograr que los niños puedan hacer una mejor interpretación del mundo físico en que viven y a su vez contribuir a desarrollar en ellos el pensamiento lógico deductivo.

La enseñanza de los contenidos geométricos en la escuela primaria tiene como antesala un fuerte trabajo intuitivo fundamentalmente de elementos de Geometría Espacial, que se desarrolla en los programas de Nociones Elementales de Matemática, incluye: Círculos Infantiles, Vías no Formales y el grado preescolar.

Al concluir el primer ciclo los escolares deben disponer de conocimientos y habilidades geométricas básicas para el estudio sistemático posterior: reconocer las figuras y cuerpos geométricos elementales en objetos del medio, en modelos y algunas de sus características esenciales, para poder medir y trazar utilizando los instrumentos correspondientes.

Los escolares al terminar la enseñanza primaria además de estar capacitados para:

> …resolver problemas geométricos deben: reconocer figuras y cuerpos geométricos, sus características y propiedades esenciales, especialmente aquellos que son simétricos y aplicarlo en la solución de ejercicios de reconocimiento, cálculo y argumentación; reconocer las relaciones entre los pares de ángulos formados entre dos rectas que se cortan y entre dos rectas paralelas cortadas por una secante y los diferentes teoremas de los triángulos. (Colectivo de autores, 2001, p. 8)

Es preciso intensificar un trabajo sistemático encaminado a elevar la actividad cognoscitiva intelectual del plano meramente informativo al productivo, que desarrolle en los estudiantes el pensamiento dialéctico-materialista y creador, que les permita afrontar exitosamente, de manera independiente, los variados problemas de la construcción de la nueva sociedad; basado en las ideas anteriores, el objetivo de este artículo es ofrecer ejemplos de ejercicios integradores.

Los ejercicios integradores como situación de aprendizaje en la asignatura Matemática

El proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática, en su relación con el resto de las asignaturas del currículo escolar, requiere de una proyección que garantice un adecuado aprovechamiento de los contenidos afines para lograr el cumplimiento de los objetivos previstos en cada una de ellas. En este sentido, es necesario tener en cuenta las posibilidades de integración de los saberes adquiridos por el individuo, visto el saber integrado como expresión de síntesis construida alrededor de un objeto desde saberes que existían por separado en la mente del sujeto. Esta concepción presupone el aprovechamiento de las potencialidades que brinda la interdisciplinariedad.

El concepto interdisciplinariedad ha sido abordado desde diferentes puntos de vista por varios autores, entre ellos podemos citar Mañalich (1998), Perera (1999), Álvarez (1999), Comendador, Escobedo y Martínez (2009).

> La interdisciplinariedad es un acto de cultura, no una simple relación entre contenidos, sino que su esencia radica en su carácter educativo, formativo y transformador en las convicciones y actitudes de los sujetos. Es una manera de pensar y de actuar para resolver los problemas cambiantes de la realidad, con

> una visión integradora del mundo, es un proceso basado en relaciones interpersonales de cooperación y de respeto mutuo, es decir, es un modo de actuación y una alternativa para facilitar la integración del contenido, para optimizar el proceso de planificación y dar tratamiento a lo formativo.
>
> La interdisciplinariedad en el proceso docente educativo se manifiesta en el sistema de hechos, fenómenos, conceptos y teorías, en el desarrollo de habilidades intelectuales, prácticas y docentes y en el desarrollo de valores que están presentes en todas las asignaturas. (Comendador, Escobedo, y Martínez, 2009, p.2)

Criterios que apuntan a nexos que se establecen para lograr objetivos comunes entre diferentes disciplinas y vínculos de interrelación y de cooperación.

Las autoras comparten este criterio por tener presente que la interdisciplinariedad favorece el establecimiento de interrelaciones de coordinación y cooperación en el trabajo metodológico de las asignaturas para la articulación de los conocimientos, habilidades, modos de la actuación mental en torno a un problema y para la búsqueda de posibles soluciones. “Si queremos que los educandos alcancen una cultura general que les permita tener conciencia de sí mismos y de su responsabilidad como seres sociales críticos y transformadores, debe concebirse su formación basada en la educación interdisciplinaria” (Comendador, Escobedo, y Martínez, 2009, p.2).

La Matemática en la Educación Primaria, por las características relacionadas con su estructura no puede considerarse una disciplina, no obstante, está compuesta por diferentes dominios cognitivos (numeración, cálculo, magnitudes, geometría, trabajo con variable y tratamiento de la información) que mantienen una estrecha relación entre sí, adquiriendo un carácter de relación intradisciplinar o más simplemente relación interdominios.

En la práctica pedagógica actual existe la tendencia a proponer actividades en el marco del proceso de enseñanza aprendizaje dirigidas a la integración de conocimientos y habilidades y que posibilitan una mayor racionalidad del tiempo para la sistematización de los contenidos objeto de estudio, en una asignatura o en un grado. En el caso de la asignatura Matemática, se ha podido apreciar que al presentar a los escolares actividades de este tipo en las que se vinculan contenidos de diferentes dominios cognitivos, no siempre existe claridad respecto a cuál de esos dominios deben nuclearse los restantes, para dar solución a la actividad propuesta. Esto significa que no se define adecuadamente cuál es el eje integrador de los conocimientos y habilidades correspondientes en función de los objetivos propuestos.

¿Qué entender entonces por eje integrador?

Martínez (2004) asume el eje integrador como el pivote alrededor del cual se da el proceso de articulación interdisciplinaria, es decir, el punto de encuentro y de convergencia en el que fluye la interrelación entre los diferentes componentes de un sistema.

También otros investigadores se refieren a las relaciones entre los ejes y su importancia en el pensamiento relacional. “Las interrelaciones existentes entre los ejes integradores (datos e instrumentos) de la producción de consecuencias de los datos en la resolución de problemas matemáticos y los presupuestos teóricos posibilitan el desarrollo del pensamiento relacional de los alumnos” (Amat y Cruz, 2013, p. 5).

Teniendo en cuenta las ideas anteriores, para el caso de las relaciones que se establecen entre los dominios cognitivos de la Matemática como asignatura, se asume que el eje integrador es el dominio cognitivo alrededor del cual se da el proceso de interrelación entre los restantes dominios cognitivos.

La integración se asume como la unidad de las partes, es decir, concebir el todo, en una relación interactiva compuesta por diferentes elementos vinculados entre sí, lo que implica la utilización de la síntesis, el todo, y el análisis, la descomposición en los elementos que lo conforman, como operaciones mentales del pensamiento.

En el marco del proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática en la Educación Primaria, la utilización de una concepción de integración interdominios cognitivos se concreta fundamentalmente mediante la realización de ejercicios, por lo que es necesario definir este concepto y establecer su clasificación .

La mayoría de los autores definen los ejercicios como una exigencia para la realización de acciones, solución de situaciones, deducción de relaciones, cálculo, etc.

Ballester y otros (1992, p. 406) retoma ideas de Müller y expresa que:

> …el ejercicio en la enseñanza de la Matemática se caracteriza por:
>
> - El objetivo de las acciones
> - El contenido de las acciones
> - Las condiciones para las acciones

El objetivo de todas las acciones en la resolución de un ejercicio es, en cada caso, transformar una situación inicial (elementos dados, premisas) en una situación final (elementos que se buscan, tesis).

El contenido de las acciones está caracterizado por:

a) El objeto de las acciones (elementos de la materia matemática [conceptos, proposiciones y procedimientos algorítmicos, la correspondencia entre situaciones extramatemáticas] y elementos de la materia matemática y los procedimientos heurísticos; así como medios heurísticos auxiliares).

b) Tipos de acciones: identificar, realizar, comparar, ordenar, clasificar, reconocer, describir, aplicar, planificar, controlar, fundamentar, buscar.

En las condiciones para las acciones se encuentran en primer lugar las exigencias que el ejercicio plantea al escolar, expresadas por el grado de complejidad del mismo.

En la clasificación de ejercicios matemáticos se aborda el concepto de ejercicio construido y su clasificación. Si en los ejercicios construidos están presentes las relaciones interdominios cognitivos puede definirse entonces el concepto ejercicio integrador.

El ejercicio integrador se asume como un ejercicio construido cuya solución requiere de la aplicación de diferentes conocimientos y habilidades propias de diferentes dominios o de diferentes conocimientos propios de un mismo dominio. Teniendo en cuenta esta definición, es evidente que, para que un ejercicio pueda considerarse integrador, precisa de la presencia de un eje integrador.

Propuesta de ejercicios

Teniendo en cuenta las concepciones teóricas asumidas con relación a la interdisciplinariedad y la intradisciplinariedad, las definiciones de ejercicios y específicamente la definición que se asume de ejercicio integrador, se hace necesario entonces definir el término ejercicio geométrico integrador por ser estos los que proponemos, por tanto asumimos como ejercicio geométrico integrador un ejercicio geométrico construido cuya solución requiere de la aplicación de diferentes conocimientos y habilidades propios de otros dominios o de diferentes conocimientos propios del dominio geometría.

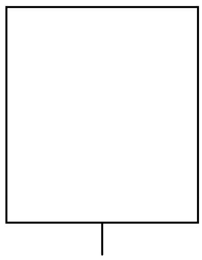
Atendiendo a esta definición, se proponen ejercicios geométricos integradores con el objetivo de potenciar el aprendizaje de la geometría en los escolares de sexto grado, los ejercicios en general presentan las siguientes características:

- Ejercicios cuya solución requiere de la integración de diferentes conocimientos relacionados con el dominio cognitivo geometría.
- Ejercicios cuya solución requiere de la integración de conocimientos de los restantes.
- Los ejercicios que se proponen tienen carácter desarrollador, propician el tránsito hacia niveles superiores de desempeño, en particular hacia los niveles aplicativo y creativo.

Ejercicios en los que se integran conocimientos aritméticos (números fraccionarios) y la solución depende del punto de vista geométrico

Ejemplo:

La cuarta parte del área del cuadrado es 16 cm². ¿Cuánto mide el lado del cuadrado?



Para la solución de este ejercicio el escolar debe analizar qué conoce y qué relaciones puede establecer entre lo conocido y lo buscado.

Conoce que 16 cm² representa ¼ del área del cuadrado, por tanto debe identificar el tercer problema típico de fracciones, donde se debe hallar un número conociendo una parte fraccionaria de él y calcularlo

$$\frac{1}{4} . X = 16 \text{ cm}^2$$

$$X = 16 \text{ cm}^2 : \frac{1}{4}$$

$$X = 16 \text{ cm}^2 . 4$$

$X = 64\ cm^2$

Por tanto el área del cuadrado es de $64\ cm^2$

Como el área de un cuadrado de lado a es $A = a^2$, entonces es necesario aplicar la operación inversa, donde se obtiene:

$A = \sqrt{64\ cm^2}$

$A = 8\ cm$

Respuesta: el lado del cuadrado mide 8 cm

Teniendo en cuenta que en el ejercicio se da una parte y la fracción que representa este, conduce al tercer problema típico de fracciones donde se debe hallar el todo, que representa el área del cuadrado. Como se quiere determinar la longitud del lado del cuadrado, es necesario aplicar la relación entre la potenciación y la radicación como operación inversa. Dado que la fórmula para hallar el área del cuadrado es

$A = a^2$, entonces, se obtiene $a = \sqrt{A}$

Para poder resolver el ejercicio es necesario que el escolar integre:

Conocimientos geométricos

- Concepto cuadrado.
- Concepto área del cuadrado y su determinación mediante la fórmula correspondiente.

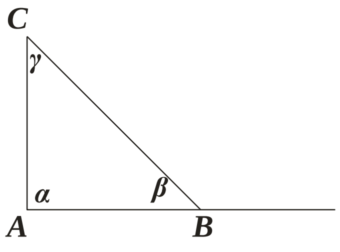
Conocimientos aritméticos:

- Concepto número fraccionario.
- Cálculo con números fraccionarios.
- Problemas típicos de fracciones (tercero).
- Identificar la operación potenciación, su significado páctico y la relación con la radicación.
- Identificar la operación radicación y su significado práctico.
- Dominio de los cuadrados de los números naturales hasta 12 y las raices cuadradas correspondientes.

Ejercicios en los que se integran conocimientos algebraicos y la solución depende del punto de vista geométrico

Ejemplo:

La figura muestra el triángulo ABC que es rectángulo en A. El ángulo ABC mide 10° menos que el ángulo BCA. Calcula β, γ.



Solución:

Al aplicar el teorema relativo a la suma de los ángulos interiores de un triángulo, reconoce que la suma de los ángulos interiores de un triángulo es igual a 180°, por lo tanto $\alpha + \beta + \gamma = 180°$

A continuación debe traducir del lenguaje común al lenguaje algebraico.

Según la información ofrecida se tiene que:

$\alpha = 90°$

$\gamma = X$

$\beta = \gamma - 10°$

Primera vía de solución

$\alpha + \beta + \gamma = 180°$

$90° + X - 10 + X = 180°$

$X + X = 180°$

$2X = 180°$

$2X = 100°$

$X = 100°: 2$

$X = 50°$

Segunda vía de solución

$\beta + \gamma = 90°$

$X - 10 + X = 90°$

$X + X = 90° + 10$

$2X = 100°$

$X = 100°: 2$

$X = 50°$

Por tanto si $\gamma = X$ entonces $\gamma = 50°$, como $\beta = \gamma - 10°$ y $50° - 10° = 40$ entonces

$\beta = 40°$

Debe comprobar calculando la suma

$\alpha + \beta + \gamma$

$90° + 50° + 40° = 180°$

Como $180° = 180°$

MI = MD

Se comprueba que la ecuación está correcta.

En la solución de este ejercicio le fue necesario al escolar integrar: Conocimientos geométricos:

- Concepto triángulo.

- Características del triángulo rectángulo.
- Propiedad del ángulo recto.
- Teorema de los ángulos interiores de un triángulo.

Conocimientos algebraicos:

- Traducir expresiones del lenguaje común al lenguaje algebraico.
- Plantear, resolver y comprobar la ecuación.

Ejercicios geométricos cuya solución depende de la integración de conocimientos aritméticos (tanto por ciento)

Ejemplo:

El lado menor de un rectángulo mide 24cm y esta longitud representa el 40% de la longitud del lado mayor. Determine el área del rectángulo.

Solución:

Para solucionar este ejercicio el escolar debe aplicar el concepto rectángulo, reconocer que debe calcular de qué número es 24 cm. el 40% para determinar la longitud del lado mayor del rectángulo.

Debe calcular:

24 cm. es el 40% de X, por lo que debe calcular:

$$24 : \frac{40}{100} = 24 \cdot \frac{100}{40} = 60 \text{ cm.}$$

Por lo que el lado mayor es igual a 60 cm.

Conociendo los lados del rectángulo, el escolar está en condiciones de aplicar el concepto área del rectángulo y calcularla aplicando la fórmula correspondiente.

$A = a \cdot b$

$A = 24cm \cdot 9,5cm$

$A = 230,4\ cm^2$

El área del rectángulo es de 230, 4 cm^2

En la solución de este ejercicio le fue necesario al escolar integrar:

Conocimientos geométricos:

- Concepto rectángulo y sus características.
- Concepto área del rectángulo y su cálculo mediante la fórmula correspondiente.

Conocimientos de tanto por ciento:

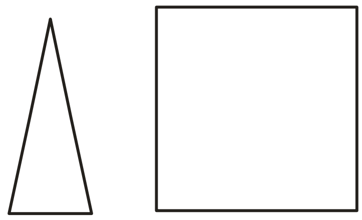
- Concepto tanto por ciento
- Identificar y calcular un número conociendo un tanto por ciento de él (tercer problema típico de tanto por ciento).

Ejercicios geométricos cuya solución integra conocimientos aritméticos (proporcionalidad)

Ejemplo:

El área del triángulo y el cuadrado están en la razón 1: 5

El lado del cuadrado mide 40 cm.



¿Cuál es el área del triángulo?

Solución:

Para la solución de este ejercicio el escolar debe aplicar el concepto área del cuadrado e identificar que debe calcularla mediante la fórmula correspondiente.

$A = a^2$

$A = 40cm \cdot 40cm$

$A = 1600cm^2$

El área del cuadrado es de $1600cm^2$ y como el área del triángulo y la del cuadrado están en la razón 1: 5 entonces plantea la proporción y la resuelve

$$\frac{1}{5} = \frac{X}{1600}$$

$5X = 1600\ cm^2$

$X = 1600\ cm^2 : 5$

$X = 320\ cm^2$

El área del triángulo es de $320\ cm^2$

En la solución de este ejercicio le fue necesario al escolar integrar:

Conocimientos geométricos:

- Concepto cuadrado y triángulo.
- Concepto área y su cálculo mediante la fórmula correspondiente.

Conocimientos de proporcionalidad:

- Concepto razón.
- Concepto proporción.
- Plantear la proporción y resolverla aplicando la propiedad fundamental.

Como ideas finales ha de destacarse que la utilización de ejercicios de carácter integrador propician la sistematización de conocimientos y habilidades propias del nivel primario, en particular los relacionados con los contenidos geométricos en sexto grado, y promueven el tránsito de los escolares hacia niveles superiores de desarrollo.

REFERENCIAS

Amat, A. y Cruz, D. (2013). Desarrollo del pensamiento relacional a través de la resolución de problemas matemáticos en la secundaria básica. *Opuntia Brava*, 5 (3). Recuperado de http:⁄opuntiabrava.rimed.cu

Ballester, S. y otros (1992). *Metodología de la Enseñanza de la Matemática.* La Habana: Pueblo y Educación.

Colectivo de autores. (2001). *Programa de sexto grado*. La Habana: Pueblo y Educación.

Comendador, J., Escobedo, O. y Martínez, N. (2009). El enfoque interdisciplinario de los contenidos como vía para lograr un proceso enseñanza–aprendizaje más efectivo en la escuela multígrado. *Opuntia Brava,* 1 (2). Recuperado de http:⁄opuntiabrava.rimed.cu