

Los logaritmos, la herramienta oculta detrás de tus aplicaciones

Logarithms, the hidden tool behind your applications

Saraí Góngora Espinosa¹ (saraigongoraespinosa9@gmail.com)
(<https://orcid.org/0009-0001-6316-7305>)

Osmany Nieves Torres² (osmanynt79@gmail.com) (<https://orcid.org/0000-0003-0749-494X>)

Elsa del Carmen Gutiérrez Báez³ (lagacarmen1@gmail.com) (<https://orcid.org/0000-0002-9222-3740>)

Resumen

Los logaritmos revolucionaron los cálculos matemáticos al permitir transformar operaciones complejas en operaciones más sencillas: la multiplicación se convierte en una suma de logaritmos, la división en una resta de logaritmos, la potenciación en un producto de logaritmos y la radicación en una división de logaritmos. El objetivo de este artículo es recopilar su aplicación en diversas áreas, el aprender a manejarlos, puede desarrollar habilidades de pensamiento crítico y resolución de problemas que serán útiles en muchos aspectos de la vida, desde la ciencia y la tecnología hasta la economía, la medicina, la música y las finanzas. Los logaritmos se convirtieron en una herramienta esencial para los científicos y matemáticos de todo el mundo, ya que permitía realizar cálculos rápidos y precisos, como convertir multiplicaciones en sumas, facilitar cálculos astronómicos, aumentar la precisión de los cálculos lo que era crucial para aplicaciones como la navegación y la topografía. Por esta razón, se realizó una revisión sistemática de materiales científicos; para ello se emplearon métodos teóricos que permitieron el procesamiento de la información y la construcción de criterios teórico que posibilitan responder interrogantes como: ¿Para qué debo saber esto si no lo voy a usar? y ¿Cómo surgieron estos misteriosos números y qué historia de innovación y descubrimiento los llevó a convertirse en una parte integral de nuestra comprensión del mundo?

Palabras clave: logaritmo, cálculo logaritmos, aplicaciones de los logaritmos.

Abstract

Logarithms revolutionized mathematical calculations by making it possible to transform complex operations into simpler ones: multiplication becomes an addition of logarithms, division a subtraction of logarithms, potentiation a product of logarithms and radication a division of logarithms. The purpose of this paper is to compile their application in various areas. By learning how to handle them, you can develop critical thinking and problem-solving skills that will be useful in many aspects of life, from science and technology to economics, medicine, music and finance. Logarithms became an essential tool for scientists and mathematicians around the world, as it allowed fast and accurate calculations, such as converting multiplications

¹ Lic. Matemática y Computación. Profesora del Instituto Preuniversitario Vocacional de Ciencias Exactas (IPVCE) “Luis Urquiza Jorge”, Las Tunas, Cuba.

² Máster en Informática educativa. Profesor Auxiliar. Universidad de Las Tunas. Cuba.

³ Doctora en Ciencias Pedagógicas. Profesora Titular. Universidad de Las Tunas. Cuba.

into sums, facilitating astronomical calculations, increasing the accuracy of calculations which was crucial for applications such as navigation and surveying. For this reason, a systematic review of scientific materials was carried out, using theoretical methods that allowed the processing of information and the construction of theoretical criteria that make it possible to answer questions such as: Why should I know this if I am not going to use it? and How did these mysterious numbers arise and what history of innovation and discovery led them to become an integral part of our understanding of the world?

Key words: logarithm, logarithm calculation, applications of logarithms.

Introducción

Muchos estudiantes en el preuniversitario se han cuestionado la utilidad de aprender ciertos conceptos matemáticos que parecen no tener aplicación práctica en sus vidas. Es común escuchar a los jóvenes preguntar: “¿Para qué debo saber esto si no lo voy a usar?”. Sin embargo, es importante entender que las matemáticas van más allá de la simple memorización de fórmulas y procedimientos. Las matemáticas enseñan a los estudiantes a pensar de manera lógica, a resolver problemas de manera sistemática y a desarrollar habilidades de análisis y razonamiento. Estas capacidades son fundamentales no solo para el éxito académico, sino también para enfrentar los desafíos de la vida cotidiana. Incluso si un estudiante no se dedica a una carrera directamente relacionada con las matemáticas, los conocimientos y habilidades adquiridos durante el preuniversitario le servirán para tomar mejores decisiones, comprender conceptos complejos y adaptarse a un mundo en constante cambio.

Hay un concepto que ha sido fundamental para el desarrollo de la ciencia y la tecnología, pero que a menudo pasa desapercibido para el público en general: los logaritmos. Su nombre puede parecer extraño y abstracto, sin embargo, han sido una herramienta crucial para resolver problemas complejos en diferentes campos. Pero ¿cómo surgieron estos misteriosos números y qué historia de innovación y descubrimiento los llevó a convertirse en una parte integral de nuestra comprensión del mundo? En este artículo, se explora el fascinante viaje de los logaritmos desde su creación hasta su impacto en la ciencia moderna, y se revela cómo estos números revolucionarios han cambiado la forma de pensar y abordar los problemas más complejos.

Desarrollo

En el siglo XVI, cuando la matemática era un campo dominado por los griegos y los árabes, un escocés revolucionó el cálculo con su invento del logaritmo. Su vida es un ejemplo inspirador de cómo la curiosidad y la perseverancia pueden llevar a descubrimientos revolucionarios. John Napier nació en 1550 en Merchiston, Escocia, en una familia noble. Aunque su infancia no fue fácil, demostró una gran aptitud para las matemáticas desde muy joven. Su educación fue autodidacta, ya que no había instituciones de educación superior en Escocia en ese momento.

Sin embargo, su pasión por las matemáticas lo llevó a estudiar intensamente y a desarrollar habilidades matemáticas impresionantes. Aunque no vivió para ver el impacto completo de su invento, su legado es incalculable. Los logaritmos se convirtieron en una herramienta esencial para los científicos y matemáticos de todo el mundo, y su obra sigue siendo estudiada y admirada hoy en día (Napier, 2014).

La etimología del término “logaritmo” se remonta a su obra, lo introdujo en 1614. Utilizó el término “logarithmus” en su libro “Mirifici Logarithmorum Canonis Descriptio” (Descripción del canon de los logaritmos milagrosos). El término proviene del griego “logos” (ratio) y “arithmos” (número), refiriéndose a la relación entre los números y sus potencias (Napier, 2014, p.1).

Otra curiosidad sobre Napier es que, aunque desarrolló los logaritmos, no los llamó así. En su obra, los llamó “naturales” y “artificiales”. Los naturales eran los logaritmos base e, mientras que los artificiales eran los logaritmos base 10. No fue hasta mucho después que los matemáticos comenzaron a utilizar el término “logaritmos” para describir estos conceptos. Además, Napier también desarrolló una tabla de logaritmos que incluía los valores de los logaritmos de números enteros entre 1 y 100. Esta tabla se convirtió en una herramienta fundamental para los matemáticos y astrónomos, ya que permitía realizar cálculos rápidos y precisos, como convertir multiplicaciones en sumas, facilitar cálculos astronómicos, aumentar la precisión de los cálculos, lo que era crucial para aplicaciones como la navegación y la topografía.

Delegó a Henry Briggs, un matemático inglés, el cálculo de una tabla revisada, y en 1617 publicaron “LogarithmorumChilias Prima”, que incluía una breve descripción de los logaritmos y una tabla para los primeros 1000 enteros calculados hasta el decimal 14 utilizada ampliamente en los cálculos antes de la llegada de las computadoras y las calculadoras. Los logaritmos convierten problemas de multiplicación y división en problemas de suma y resta mucho más fáciles, y una propiedad adicional útil es que cualquier número positivo en base 10 puede expresarse como el producto de un número del intervalo (1,10) y una potencia entera de 10. Esta propiedad se encuentra en la bibliografía de “Elementos de Matemática” de Euclides, Libro VII, Proposición 30.

Logaritmos Comunes (de Base 10). Henry Briggs también contribuyó significativamente al desarrollo de los logaritmos. En 1615, Briggs visitó a Napier y propuso una nueva escala para los logaritmos de Napier, lo que dio lugar a los logaritmos comunes o de base 10. Briggs y Napier publicaron “LogarithmorumChilias Prima” en 1617, que incluía una tabla para los primeros 1000 enteros calculados hasta el decimal 14.

Las tablas de logaritmos se publicaron en muchas formas durante cuatro siglos. Fueron creadas para facilitar los cálculos en matemáticas, especialmente en áreas como la trigonometría, la geometría y la física. En la práctica, estas tablas servían para: Acelerar los cálculos, Facilitar la resolución de ecuaciones, Apoyar la resolución de problemas y Mejorar la comprensión de conceptos. Adriaan Vlacq amplió la tabla de Briggs en 1624, pero con 10 decimales, y Alexander John Thompson la extendió a 20 lugares en 1952. Sin embargo, se descubrió que la tabla de Vlacq contenía 603 errores.

Para diferentes necesidades, se han compilado tablas de logaritmos que van desde pequeños manuales hasta ediciones de varios volúmenes.

Tabla 1

Tabla de logaritmos

Año	Autor	Alcance	Lugares decimales	Nota
1617	<u>Henry Briggs</u> , <i>LogarithmorumChilias Prima</i>	1–1000	14	
1624	Henry Briggs <i>ArithmeticaLogarithmica</i>	1–20.000, 90.000–100.000	14	
1628	<u>AdriaanVlacq</u>	20.000–90.000	10	Contenía solo 603 errores
1792–94	<u>Gaspard de Prony</u> <i>Tables du Cadastre</i>	1–100.000 y 100.000–200.000	19 y 24, respectivamente	"Diecisiete folios enormes", nunca publicados
1794	<u>Jurij Vega</u> <i>Tesaurus LogarithmorumCompleus (Leipzig)</i>			Edición corregida del trabajo de Vlacq
1795	François Callet (<u>París</u>)	100.000-108.000	7	1795
1871	Sang	1–200.000	7	1871

Fuente: Roy (2004), *Orbital Motion* (4th edición), CRC Press, p. 236

Es cierto que la invención de los logaritmos revolucionó el cálculo y permitió a los científicos y matemáticos realizar operaciones más rápidas y precisas. Los logaritmos revolucionaron los cálculos matemáticos al permitir transformar operaciones complejas en operaciones más sencillas: la multiplicación se convierte en una suma de logaritmos, la división en una resta de logaritmos, la potenciación en un producto de logaritmos y la radicación en una división de logaritmos (*Sorando Muzás. Historia de los logaritmos*)

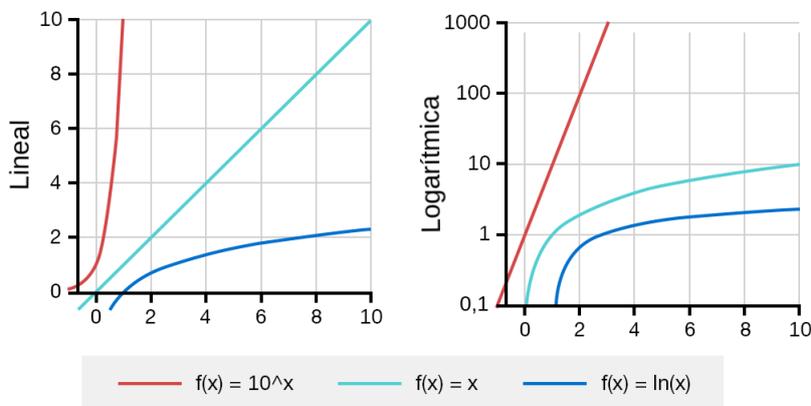
La aplicación de los logaritmos en diversas áreas ha sido crucial para el progreso científico y tecnológico. Su legado es relevante en la actualidad, ya que se utilizan en una amplia variedad de campos y continúan como una herramienta fundamental en la resolución de problemas matemáticos y científicos.

Sin embargo, vuelve la interrogante: ¿por qué aprender logaritmos si existe la calculadora? La respuesta es que, aunque la calculadora puede hacer los cálculos, entender los logaritmos es como tener el secreto detrás de la magia. Los logaritmos no son solo una herramienta matemática, sino que también permiten comprender mejor la naturaleza de los números y cómo se relacionan entre sí. Al aprender a manejarlos, se pueden desarrollar habilidades de pensamiento crítico y resolución de problemas que serán útiles en muchos aspectos de la vida, desde la ciencia y la tecnología hasta la economía y la finanzas. Además, aprender logaritmos es como desbloquear un nuevo nivel de comprensión y apreciación por la matemática, y eso es algo que vale la pena. De ahí la invitación a explorar por qué los logaritmos son tan importantes y cómo se pueden aprovechar para mejorar las habilidades matemáticas y el pensamiento crítico.

Existen diferentes escalas logarítmicas, o sea, herramientas de visualización de datos que se utilizan para representar cantidades que varían por un rango muy grande. Estas escalas son especialmente útiles cuando se necesitan mostrar cambios en los precios, magnitudes o cantidades que aumentan exponencialmente, ya que las escalas lineales pueden hacer que los datos extremos sean difíciles de interpretar.

Gráfico 1

Escala logarítmica vs lineal



Fuente: Ricardo (2024).

Una escala logarítmica también se puede representar gráficamente, donde los valores pequeños se encuentran en la parte izquierda y los valores grandes en la parte derecha. La separación entre los valores en la escala logarítmica no es uniforme, lo que permite mostrar una amplia gama de valores en un rango más manejable, es importante comprender que una escala logarítmica tiene un sistema diferente para mostrar los números, no están separados de manera uniforme como en una escala estándar. Los puntos principales de los ejes se denominan “ciclos” o “décadas”, y cada una de las divisiones principales se representa con una línea más oscura.

Ejemplos de estas escalas son:

- pH: para medir la acidez y alcalinidad.
- Escala de magnitud estelar: para medir el brillo de las estrellas.
- Escala Krumbein: para medir el tamaño de partículas en geología.
- Absorbancia de la luz: para medir la transparencia de muestras.
- Escala de magnitud sísmica de Richter: para medir la fuerza de terremotos.
- Ban y deciban: para medir la información o el peso de la evidencia.
- Belio y decibelio (dB): para medir la potencia acústica y eléctrica.
- Neper: para medir la potencia acústica y eléctrica.
- Semitono: para medir el tono relativo de las notas de música.
- Logit: para medir probabilidades en estadística.
- Escala Técnica de Amenaza de Impacto de Palermo: para evaluar la amenaza de impacto de eventos.
- Línea de tiempo logarítmica: para representar la evolución temporal de eventos.
- Conteo de diafragmas: para medir las ratios de exposición fotográfica.
- Valoración de la baja probabilidad del número de 'nueves': para evaluar la probabilidad de errores.
- Entropía en termodinámica: para medir el desorden en sistemas termodinámicos.
- Información en teoría de la información: para medir la cantidad de información.
- Curvas de distribución del tamaño de partículas del suelo: para analizar la distribución de partículas en el suelo.
- Variación de la viscosidad con la temperatura: para analizar la relación entre la viscosidad y la temperatura.

Vuelven las interrogantes: ¿Qué se hace con esas escalas? ¿Qué problemas resuelven? ¿Cómo aplicarlas a la vida diaria?

Estas escalas permiten abordar problemas complejos y visualizar patrones ocultos en datos. Al utilizarlas, se pueden analizar y comparar cantidades que varían ampliamente, como la frecuencia de eventos o la magnitud de fenómenos naturales. Por ejemplo, si se desea estudiar la distribución de la población humana en diferentes regiones del mundo, una escala logarítmica permitiría visualizar cómo la población crece de manera exponencial en ciertas áreas, lo que ayudaría a identificar patrones y tendencias importantes.

Además, estas escalas permiten comparar cantidades que difieren en varios órdenes de magnitud, como la frecuencia de terremotos en diferentes regiones del mundo. En la vida diaria, se pueden aplicar escalas logarítmicas al analizar datos de ventas, crecimiento económico, o incluso la propagación de enfermedades. Al entender cómo funcionan estas escalas, se pueden tomar decisiones más informadas y hacer predicciones más precisas sobre el comportamiento de sistemas complejos.

En la vida cotidiana también se observa la utilidad del tema que se aborda. Por ejemplo:



Ejemplo 1

En mi casa tengo una planta llamada Gardenia, para los cubanos, jazmín del cabo. Tiene 4 años, ha florecido una sola vez, se le están manchando las hojas de color carmelita y están pálidas.

Pudiera cuestionarse: ¿y eso qué tiene que ver con los logaritmos? ¿Pues revisando en internet encontré que esta planta necesita de un suelo ácido para estar saludable y cómo se determina la acidez del suelo? La respuesta es simple: con la escala de PH.

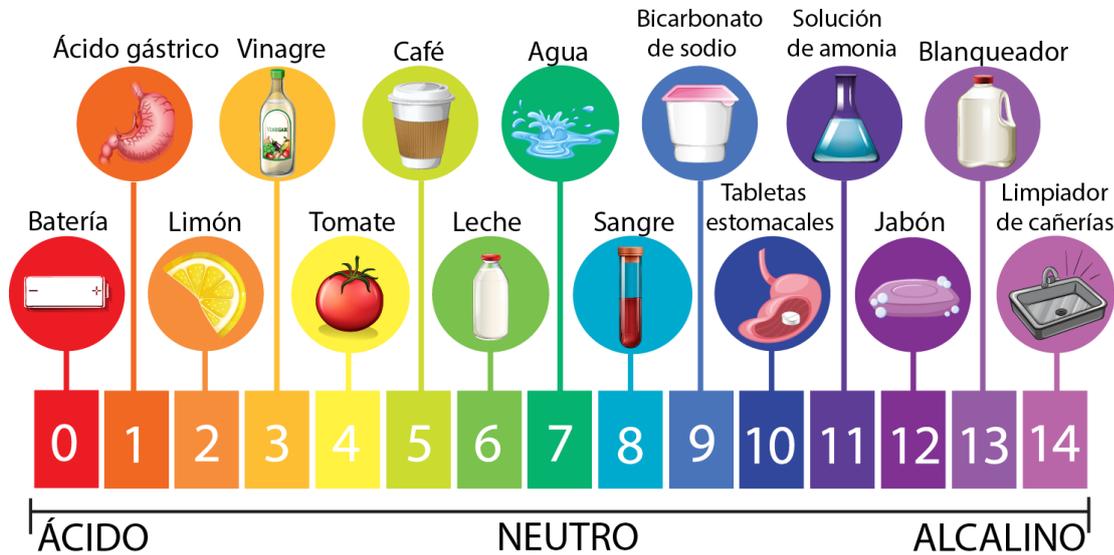
La escala de pH es usada en química para medir la acidez de una sustancia o un compuesto químico. Esta escala es basada en la concentración de iones de hidrógeno en la sustancia, denotado por $[H^+]$. El valor pH es definido por la fórmula:

$$pH = -\log_{10}[H^+] \quad pH = -\log_{10}[H^+]$$

Los valores de pH van desde 0 hasta 14, en donde, 7 indica a una solución neutral. Entre más bajo es el nivel de pH, más ácida es la sustancia. Las siguientes son algunas sustancias comunes con sus valores pH:

Figura 1

Escala de PH



Fuente: Wikipedia.

Ejemplo 2

Avanzando en este viaje por los logaritmos pude encontrar, que los terremotos más intensos en la historia de la humanidad han sido devastadores y han causado grandes daños en diferentes partes del mundo. Según una lista publicada por *Muy Interesante*, el terremoto de Valdivia en Chile en 1960 es considerado el más terrorífico hasta la fecha, con una magnitud de 9,5 grados en la Escala Richter y una duración de 10 minutos. Este evento causó al menos 1.655 fallecidos, 3.000 heridos, y más de 2 millones de personas sin hogar. Además, el tsunami que siguió el terremoto provocó graves daños en Hawái, Nueva Zelanda, Filipinas, Japón y EE.UU. (Zinet Media Global, 2024)

La escala de magnitud sísmica de Richter y la escala de magnitud del momento, son dos escalas logarítmicas diferentes utilizadas para medir la magnitud de los terremotos. La escala de Richter, desarrollada por Charles F. Richter, mide la energía sísmica liberada en un terremoto. Esta escala es logarítmica, lo que significa que cada unidad de magnitud representa un aumento de diez veces en la amplitud de las ondas sísmicas. La escala de Richter se basa en la amplitud máxima de la vibración del suelo, sin distinguir las diferentes ondas sísmicas. La magnitud original de Richter (ML) no puede ser calculada para terremotos más grandes que 6.8 debido a las limitaciones del sismómetro de torsión Wood-Anderson utilizado para desarrollar la escala.

La escala de magnitud del momento (M_w) mide la energía liberada en un terremoto de manera más precisa y robusta. Esta escala se basa en la energía liberada por el movimiento de las placas tectónicas y no en la amplitud de las ondas sísmicas. La ecuación para calcular la magnitud del momento es: $M_w = \log(A/T) + F(h, \Delta) + C$. Donde A es la amplitud de la señal, T es el período dominante de la señal, F es una

corrección funcional de la variación de magnitud debido a la variación de profundidad y distancia, y C es un factor de escala regional.

La principal diferencia entre ambas escalas es que la escala de Richter mide la energía sísmica liberada, mientras que la escala de magnitud del momento mide la energía liberada por el movimiento de las placas tectónicas. La escala de Richter es más limitada y no puede ser utilizada para terremotos más grandes que 6.8, mientras que la escala de magnitud del momento es más precisa y puede ser utilizada para terremotos de cualquier magnitud.

Gráfico 2

La escala de Richter



Fuente: Servicio Geológico Mexicano (libre internet)

Ejemplo 3

Ciudades más ruidosas del mundo. Estas ciudades, que están expuestas a niveles de ruido extremos, pueden afectar significativamente la salud de sus habitantes. Según diferentes fuentes, las diez ciudades más ruidosas del mundo son:

1. Bombay (India): supera los 100 dB debido a su enorme población y tráfico.
2. Calcuta (India): supera los 100 dB en ciertas épocas del año debido a las grandes fábricas y el uso de petardos en festividades.
3. El Cairo (Egipto): tiene una media de decibelios de 90, lo que es significativamente más alto que lo habitual.
4. Delhi (India): los habitantes de Delhi llevan más de una década quejándose de problemas auditivos cuando cumplen los 60 años, debido al elevado ruido de la ciudad.
5. Tokio (Japón): el principal problema no es el tráfico, sino la construcción, los mensajes por megafonía pública, las fábricas y la actividad comercial.
6. Madrid (España): el 15% de la población está expuesta a ruidos que superan los límites durante el día y el 20% por la noche debido a los bares y clubes nocturnos.

7. Nueva York (Estados Unidos): las fuentes de ruidos son innumerables y constantes durante todo el año, debido al turismo, al tráfico, la construcción, y una población de 8,4 millones de habitantes.
8. Buenos Aires (Argentina): su tradición metalúrgica y la cantidad de vehículos que circulan por sus calles la convierten en la ciudad más ruidosa de América Latina.
9. Shanghai (China): con una población de más de 24 millones de habitantes, su tráfico y construcción generan niveles de ruido significativos.
10. Karachi (Pakistán): con más de 15 millones de habitantes y un tráfico demencial, Karachi es una de las ciudades más ruidosas del mundo.

Estas ciudades, que están expuestas a niveles de ruido extremos, pueden afectar significativamente la salud de sus habitantes.

El oído humano puede soportar diferentes niveles de ruido dependiendo de la duración de la exposición. Según la Organización Mundial de la Salud (OMS), el nivel de ruido que el oído humano puede tolerar sin alterar su salud es de 55 decibelios (dB). Sin embargo, niveles superiores pueden causar malestares físicos y riesgos cardiovasculares si se exponen durante períodos prolongados (Flores, 2018).

Imagen 1

Niveles de ruido



Fuente: Ecoacustika

Por ejemplo, si se tiene una intensidad de sonido de 10 W en un área de 100 m², se puede calcular la intensidad en decibelios como sigue:

1. Identificar los datos conocidos: La intensidad del sonido es 10 W y el área es 100 m².
2. Calcular la intensidad en watts por metro cuadrado: Se divide la potencia por el área: $I = 10 \text{ W} / 100 \text{ m}^2 = 0.1 \text{ W m}^{-2}$.
3. Aplicar la fórmula de decibelios: Se sustituye I por 0.1 W m^{-2} y I_0 por $10^{-12} \text{ W m}^{-2}$ (umbral de audición):

$$dB=10\log_{10}(0.110)=10\log_{10}(0.01)=10\times(-2)=-20$$

$dBdB=10\log_{10}(100.1)=10\log_{10}(0.01)=10\times(-2)=-20$ dB De esta manera, se obtiene la intensidad del sonido en decibelios.

Ejemplo 4

De las ciudades ruidosas se pasa a la música, una forma de arte que ha evolucionado a lo largo de la historia, y en ella, los logaritmos han jugado un papel significativo en la creación de patrones y estructuras rítmicas, así como de diferentes estilos musicales.

Patrones y ritmos: por ejemplo, en la música clásica, los compositores utilizan patrones de logaritmos para crear ritmos y melodías que son atractivas y complejas. En la música electrónica, los productores de música utilizan algoritmos que incluyen logaritmos para crear patrones de ritmo y melodía que son únicas y atractivas.

La fórmula logarítmica para patrones y ritmos en música se basa en la relación entre las frecuencias y la duración de las notas musicales. A continuación, se presentan algunas fórmulas y conceptos relevantes:

1. Fórmula de la relación entre frecuencias y duración: La fórmula para calcular la frecuencia de una nota musical es:

$$f=2(n/12)\times 440 \text{ Hz} = 2(n/12)\times 440 \text{ Hz}$$

Donde n es el número de semitonos por encima o por debajo de la nota A4 (440 Hz). Esta fórmula se utiliza para calcular las frecuencias de las notas musicales en la escala temperada. (Arnóbio Araújo, 2022)

Fórmulas rítmicas: son expresiones que utilizan números, letras y símbolos para describir patrones y ritmos en la música. Estas fórmulas se utilizan para establecer reglas para la resolución de cálculos matemáticos o físicos en la música. (WIKI)

En resumen, las fórmulas logarítmicas en música se utilizan para describir la relación entre las frecuencias y la duración de las notas, así como para describir la percepción humana de la diferencia entre dos notas. Los logaritmos han tenido un impacto significativo en la creación de diferentes estilos musicales.

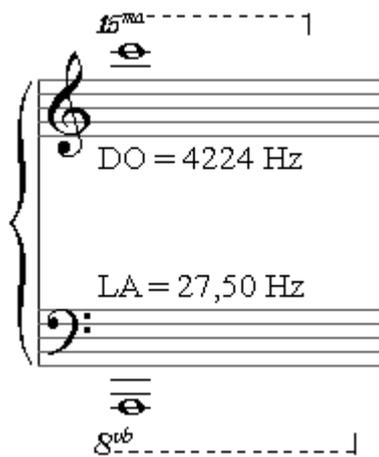
Los logaritmos se utilizan para establecer relaciones entre las notas y los intervalos de cada una de ellas. Esto permite a los músicos tocar de forma más precisa y crear escalas y acordes que suenen bien juntos. A continuación, se presentan algunos ejemplos de cómo se aplican:

- Afinación de instrumentos: aunque no hay una bibliografía específica sobre logaritmos en afinación de instrumentos musicales, diferentes textos abordan conceptos relacionados con la afinación y la teoría musical que pueden estar conectados con la aplicación de logaritmos en este campo. El logaritmo se utiliza para determinar la afinación de ciertos instrumentos, como los pianos, que constan de 88 teclas con diferentes tonalidades. Esto permite establecer la relación entre las notas y los intervalos de cada una de ellas, lo que facilita la interpretación de instrumentos.

- **Afinación de Instrumentos de Viento:** En la afinación de instrumentos de viento, como la flauta, el clarinete, y el saxofón, los logaritmos se utilizan para calcular las frecuencias de las notas y ajustar las válvulas y clavijas para obtener la afinación correcta. Esto se logra mediante la aplicación de la ley de los logaritmos, que relaciona la frecuencia de una nota con su número de octava.

Imagen 2

Relación de la frecuencia de la nota con su octava

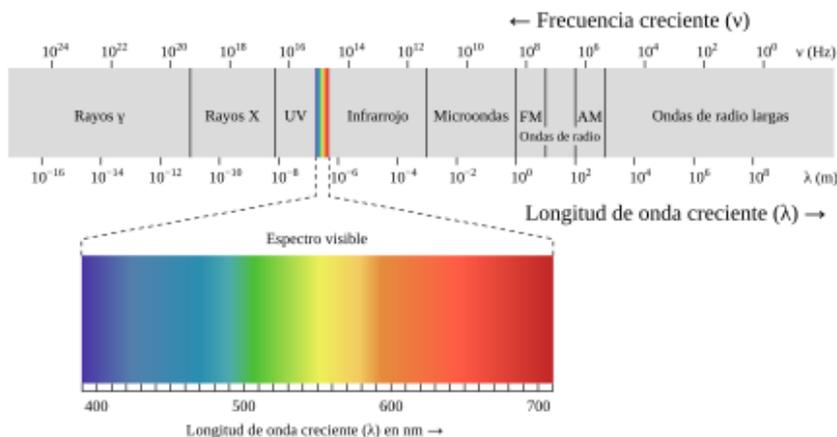


Fuente: Akishkin

Afinación de Instrumentos de Cuerda: En la afinación de instrumentos de cuerda, como el violín, el violoncello y el contrabajo, los logaritmos se utilizan para calcular las longitudes de las cuerdas y ajustar las tensiones para obtener la afinación correcta. Esto se logra mediante la aplicación de la ley de los logaritmos, que relaciona la frecuencia de una nota con su longitud de onda.

Imagen 3

Relación frecuencia de la nota con su longitud de onda



Fuente: Akishkin

- **Afinación de Instrumentos de Percusión:** En la afinación de instrumentos de percusión, como los tambores y las cajas, los logaritmos se utilizan para calcular las frecuencias de las notas y ajustar las maderas y los materiales para obtener la afinación correcta. Esto se logra mediante la aplicación de la ley de los logaritmos, que relaciona la frecuencia de una nota con su longitud de onda.

Imagen 4

Instrumentos de percusión



Fuente: Scribd

- **Creación de escalas y acordes:** Los logaritmos se aplican para crear escalas y acordes que suenen bien juntos. Esto se logra estableciendo una secuencia lógica y armónica de notas. La relación entre las notas y los intervalos se simplifica mediante el uso del logaritmo, lo que facilita la creación de patrones y estructuras musicales.
- **Escala logarítmica:** La escala logarítmica es una herramienta utilizada en la música para representar las frecuencias de las notas musicales. En lugar de indicar el valor absoluto de la frecuencia, se señala su logaritmo. Esto permite visualizar la relación entre las notas y los intervalos de manera más clara y simplificada.
- **Representación de frecuencias:** Los logaritmos también se utilizan para representar las frecuencias de las notas musicales en un eje coordenado. Esto permite visualizar cómo el oído percibe las relaciones entre los sonidos en lugar de las diferencias absolutas entre ellos. Esto es especialmente útil para entender cómo el oído procesa la información sonora y cómo se perciben las relaciones entre las notas.
- **Análisis de sonido:** Los logaritmos se aplican también en el análisis de sonido, donde se utilizan para comprender cómo se perciben las relaciones entre los sonidos. Esto es fundamental para la comprensión de cómo se crean las escalas y acordes y cómo se perciben las relaciones entre las notas. (Gutiérrez y Pérez, 2017).

Ejemplo 5

En la escena de un crimen donde los forenses trabajan con logaritmos para reconstruir los eventos. Al utilizar técnicas avanzadas de análisis, los expertos examinan cuidadosamente cada detalle, buscan pistas que les permitan desentrañar el misterio. Los logaritmos, ayudan a interpretar las evidencias y a establecer una línea de tiempo precisa de lo ocurrido. Cada cálculo, cada análisis, contribuye a la construcción de un relato coherente que le acerca cada vez más a la verdad. En medio de la tensión y la seriedad del momento, se mantienen enfocados, aplican sus conocimientos y habilidades para resolver el enigma y llevar justicia a la escena. Los logaritmos, ¿cómo se aplican en la resolución de crímenes por forenses?

Análisis de Coartadas: se utilizan para determinar la hora de la muerte en un caso de asesinato. Al analizar las coartadas de los sospechosos, los forenses pueden calcular la hora en que cada persona estaba en un lugar determinado. Esto se logra mediante la aplicación de ecuaciones exponenciales que involucran logaritmos, como la Ley de enfriamiento de Newton.

Este método se basa en la idea de que la temperatura del cuerpo disminuye a una tasa constante después de la muerte. La ecuación que describe este proceso es: $T(t) = T_a + (T_0 - T_a) e^{-kt}$ Donde: $T(t)$ es la temperatura del cuerpo en el momento t , T_a es la temperatura ambiente, T_0 es la temperatura del cuerpo en el momento de la muerte, k es la tasa de enfriamiento.

Para determinar la hora de la muerte, se necesitan tres condiciones iniciales:

1. La temperatura del cuerpo en el momento de la muerte (T_0).
2. La temperatura del cuerpo en un momento posterior (T_1).
3. La temperatura del cuerpo en un momento posterior a ese (T_2).

Con estos datos, se puede resolver la ecuación para encontrar el valor de k y luego utilizarlo para calcular el tiempo pasado desde la muerte. Por ejemplo, supongamos que:

- La temperatura del cuerpo en el momento de la muerte es 37°C ($T_0 = 37$).
- La temperatura del cuerpo es de 35°C una hora después ($T_1 = 35$).
- La temperatura del cuerpo es de 34°C una hora después de eso ($T_2 = 34$).

Primero, se calcula el valor de C (constante) utilizando la condición inicial $T(0) = 37$: $37 = T(0) = 20 - C$

$C = 20 - 37 = -17$ Luego, se calcula el valor de k utilizando la condición

$$T(\tilde{t} + 1) = 34: e^{-k(\tilde{t}+1)} = 20 + 17 e^{-k(\tilde{t}+1)} = 20 + 15$$

$$e^{-k} = 20 + 15$$

- $k = \ln(14/15) \approx 0.0690$

Finalmente, se calcula el tiempo pasado desde la muerte (\tilde{t}) utilizando la condición $T(\tilde{t}) = 35: e^{-k\tilde{t}} = 15/17$

- $k \cdot t = \ln(15/17)$

$$\tilde{t} = -1/k \ln(15/17) \approx 1.8141 \text{ horas}$$

$$\tilde{t} \approx 1 \text{ hora y } 49 \text{ minutos}$$

Por lo tanto, el cadáver fue encontrado 1 hora y 49 minutos después de su muerte. (Sabrina, 2019)

Informes forenses: se utilizan para analizar los informes forenses y determinar la hora de la muerte. Por ejemplo, al analizar la temperatura del cuerpo, los forenses pueden utilizar logaritmos para calcular la hora en que el cuerpo comenzó a enfriarse.

Análisis de datos: se utilizan en la economía y la epidemiología para analizar y representar gráficamente datos. Esto permite una mejor comprensión de los patrones y variaciones en los datos, lo que es útil en la resolución de crímenes.

Elasticidad y semielasticidad: Los logaritmos se utilizan en la econometría para calcular la elasticidad y semielasticidad de variables económicas. Esto permite a los forenses entender cómo cambian las variables económicas en respuesta a cambios en otras variables, lo que puede ser relevante en casos de delitos económicos.

Ejemplo 6

En la medicina moderna, los logaritmos permiten a los profesionales de la salud realizar cálculos complejos de una manera eficiente y precisa. Por ejemplo:

Dosificación de medicamentos se utilizan para calcular las dosis apropiadas de medicamentos. Por ejemplo, la dosis de un fármaco puede estar relacionada exponencialmente con su concentración en sangre. La ecuación de Michaelis-Menten, que describe la cinética de absorción y eliminación de medicamentos, involucra términos logarítmicos.

$$\text{Dosis} = k \cdot \log(\text{Concentración})$$

Donde k es una constante que depende de las propiedades farmacocinéticas del medicamento. Usando tablas de logaritmos, los médicos pueden determinar rápidamente la dosis correcta para cada paciente. (Tema 2. "Modelos de concentración de contaminantes atmosféricos")

Interpretación de resultados de laboratorio: Muchas pruebas de laboratorio médico producen resultados en una escala logarítmica. Por ejemplo, los niveles de colesterol se miden en mg/dL, que es una escala logarítmica. Esto permite a los médicos interpretar fácilmente si los valores están dentro de los rangos saludables o si requieren intervención. Además, las pruebas de detección de enfermedades infecciosas, como la carga viral del VIH, se informan en una escala logarítmica. Esto facilita el seguimiento de la progresión de la enfermedad y la eficacia del tratamiento.

Análisis de imágenes médicas: también se utilizan en el procesamiento de imágenes médicas, como radiografías, tomografías computarizadas y resonancias magnéticas. La transformación logarítmica de los datos de imagen permite resaltar detalles sutiles y mejorar el contraste, lo que facilita la detección de anomalías por parte de los radiólogos.

Imagen transformada= $\log(1+\text{Imagen original})$ Imagen transformada= $\log(1+\text{Imagen original})$ (*Log transformation of an image using Python and OpenCV, 2023*)

Cálculo de riesgos y pronósticos: en epidemiología y medicina preventiva, los logaritmos se utilizan para modelar la relación entre factores de riesgo y la probabilidad de desarrollar una enfermedad. Estos modelos logarítmicos permiten a los médicos calcular el riesgo individual de cada paciente y tomar decisiones informadas sobre estrategias de prevención y tratamiento. Por ejemplo: Durante la pandemia de COVID-19 en Cuba, se utilizaron modelos matemáticos para predecir y analizar la propagación del virus. Uno de estos modelos es el modelo SEIR (Susceptible, Exposed, Infectious, Recovered), que se utilizó para hacer predicciones a largo plazo sobre la evolución de la pandemia en el país.

El modelo SEIR se utilizó para analizar la epidemia en su fase de activación, estimando el índice de reproducción básico (R_0) y otros parámetros cinéticos. Los parámetros de transmisión y recuperación pueden ser ajustados utilizando funciones que incluyen logaritmos para modelar la dinámica de la epidemia de manera más precisa. Esto se logra mediante la modificación de las ecuaciones diferenciales para que incluyan términos que involucren logaritmos de variables como la población susceptible o infectada (Ramos Sánchez et al, 2020).

Conclusiones

Aunque no se han podido abarcar todas las áreas del conocimiento en las que se aplican los logaritmos, es evidente que este concepto matemático es fundamental para comprender y modelar una amplia variedad de fenómenos en el mundo. Por tanto, es crucial vincularlos en las clases de la enseñanza preuniversitaria con problemas de la vida real. Esto permite a los estudiantes desarrollar una comprensión más profunda y aplicable de los logaritmos, a la vez que abordar problemas complejos de manera efectiva. En la enseñanza preuniversitaria, es común que los estudiantes enfrenten dificultades al abordar ecuaciones logarítmicas. Sin embargo, al presentar estos conceptos en el contexto de problemas cotidianos, como el crecimiento poblacional, la desintegración radiactiva o la magnitud de terremotos, los estudiantes pueden desarrollar una comprensión más sólida y relevante de estos contenidos.

Referencias bibliográficas

- Akishkin, S. Nota A 4 (Número de nota MIDI 69). *Relación entre la longitud de onda y la frecuencia* /(differkinome.com)
- Briggs, H. (1624). *Logarithmorum Canonis Descriptio. Introducción de los logaritmos comunes* (base 10). https://matematicasentumundo.es/HISTORIA/historia_logaritmos.htm
- Cálculo del Ph. Formas de medir el pH del suelo. <http://es.wikipedia.org>

- Gutiérrez Velázquez, V. E. y Pérez Sánchez, A. (2017). Música y matemáticas: conexiones entre sonidos y números. *Revista de Divulgación científica Jóvenes en la ciencia*, (3)2. <http://repositorio.ugto.mx/bitstream/20.500.12059/4724/1/M%C3%BAsica%20y%20matem%C3%A1ticas%20conexiones%20entre%20sonidos%20y%20n%C3%BAmeros.pdf> (ugto.mx)
- Historia de los logaritmos. <https://slideshare.net>
- Historia de los logaritmos. <http://es.wikipedia.org>
- Logaritmo. <http://es.wikipedia.org>
- Napier, J. (2014). *Life, Logarithms, and Legacy. The most comprehensive account of the mathematician's life and work.* <http://dx.doi.org/10.1515/9781400852185>
- Ramos Sánchez, L., Sánchez-Vargas, H., Galindo-Llanes, P., Oquendo-Ferrer, H., Julián-Ricardo, M., Madera-Quintana, J., Caballero-Mota, Y. y Lajes-Choy, S. Predicción temprana de la COVID-19 en Cuba con el modelo SEIR. *Anales de la Academia de Ciencias de Cuba [Internet]*, 10(2). <https://revistaccuba.sld.cu/index.php/revacc/article/view/883>
- Ricardo, R. (2023). *Escala Logarítmica y Lineal: Diferencias y Ejemplos.* <http://estudyando.com>
- Roy, A. E. (2004). Orbital Motion (4th edición). In G. Darwin's day, logarithm tables came in different sizes (p. 236). CRC Press.
- Sabrina (2019). *CSI – Cómo resolver un crimen con logaritmos.* Materiales didácticos. Dpto. EDAN - Universidad de Sevilla. <https://andmaths.com/csi-como-resolver-crimen-con-logaritmos/>
- Sorando Muzás. *Historia de los logaritmos - Matemáticas en tu mundo* <https://matematicasentumundo.es>
- Stifelio, M. (1544). *Arithmetica Integra.* London: Iohan Petreium.
- Tema 2. “Modelos de concentración de contaminantes atmosféricos”. https://www.upo.es/depa/webdex/quimfis/CA_old/php/apuntesCA0607_Tema2.pdf
- Zinet Media Global S. L. (2024). *Escala de Richter y logaritmos - Matemáticas en tu mundo.* matematicasentumundo.es

Conflicto de intereses: Los autores declaran no tener conflictos de intereses.

Contribución de los autores: Los autores participaron en la búsqueda y análisis de la información para el artículo, así como en su diseño y redacción.