PRE-EXPERIMENTO PARA CONSTATAR CAMBIOS AL APLICAR UN RESULTADO CIENTÍFICO. EJEMPLO PRÁCTICO DE UNA METODOLOGÍA PARA MEJORAR EL DESARROLLO DE HABILIDADES DEL PENSAMIENTO GEOMÉTRICO ESPACIAL PRE-EXPERIMENT TO FIND CHANGES WHEN APPLYING A SCIENTIFIC RESULT. PRACTICAL EXAMPLE OF A METHODOLOGY TO IMPROVE THE DEVELOPMENT OF SPATIAL GEOMETRIC THINKING SKILLS

Wilber Ortiz Aguilar <sup>1</sup> (<u>ortizwilber74@gmail.com)</u> Frank Michel Enrique Hevia <sup>2</sup> (<u>frankmeh@ucpejv.edu.cu)</u> Juan Enrique García La Rosa <sup>3</sup> (<u>juaneg@uo.edu.cu</u>)

### **RESUMEN**

En el trabajo se exponen algunas características de los diseños experimentales en la investigación educativa. Se explican distintas tipologías de los diseños pre-experimentales, tales como el diseño de solo pos prueba con un grupo, el de pre prueba- pos prueba con un grupo y el de solo pos prueba con dos grupos no equivalentes. Para el diseño pre-experimental de pre prueba- pos prueba con un grupo se presenta un ejemplo práctico con los datos de campo de una investigación educativa aplicada. También se destaca la importancia, en el mencionado ejemplo, de la utilización de herramientas estadísticas tanto descriptivas univariables como la prueba de los signos como dócima de una muestra medida dos veces y obtenida por medio de pares replicados en este tipo de diseño pre-experimental, para poder constatar que la intervención de una metodología elaborada, sustentada en el enfoque desarrollador y en la enseñanza basada en la resolución de problemas, contribuye a provocar cambios positivos al estado actual del desarrollo de las habilidades del pensamiento geométrico espacial en estudiantes de la educación preuniversitaria en la provincia de La Habana.

**PALABRAS CLAVE:** Pensamiento geométrico espacial, habilidades del pensamiento geométrico espacial, pre-experimento, diseño pre-experimental.

#### **ABSTRACT**

In the work some characteristics of the experimental designs in the educational research are exposed. Different typologies of the pre-experimental designs are explained, such as the design of post-test only with one group, the pre-test-post test with a group and the post-test only with two non-equivalent groups. For the pre-experimental design of pre-test post-test with a group a practical example is presented with the field data of an applied educational research. It also highlights the importance, in the mentioned example, of the use of univariable descriptive statistical tools as well as the proof of the signs as a test of a sample measured twice and obtained by replicated pairs in this type of pre-experimental design, to be able to verify that the intervention of an elaborated methodology, sustained in the approach developer and in the education based on the resolution of problems, contributes to bring about positive changes to the current state of

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Máster en Ciencias de la Educación, Licenciado en Educación en la especialidad de Matemática-Computación, Docente de Matemática en la Educación Preuniversitaria. La Habana, Cuba.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Doctor en Ciencias Pedagógicas, Profesor Titular, Docente de Probabilidades y Estadística. Facultad de Educación en Ciencias Naturales y Exactas.

<sup>3</sup> Doctor en Ciencias Pedagógicas, Profesor Titular, Docente de Cálculo Matemático.

the development of the abilities of the geometric spatial thought in students of the preuniversity education in the province of Havana.

**KEY WORDS:** Geometric space thought, abilities of the geometric space thought, pre-experiment, pre-experimental design.

El Modelo de Van Hiele tiene cada vez mayor aceptación a nivel internacional en la enseñanza y el aprendizaje de la geometría, constituye uno de los referentes teóricos que posibilitan la determinación y precisión de habilidades del pensamiento geométrico espacial. En este modelo mencionado se propone cinco niveles de desarrollo del pensamiento geométrico, a saber:

Nivel 1. Es el nivel de la visualización, llamado también de familiarización o reconocimiento, en el que el estudiante percibe las figuras geométricas en su totalidad, de manera global, sin detectar relaciones entre tales formas o entre sus partes. Los estudiantes perciben las figuras como objetos individuales, es decir, no son capaces de generalizar las características que reconocen en una figura a otras de su misma clase; se limitan a describir su aspecto físico, las reconocen, las diferencian o las clasifican sobre la base de las semejanzas o diferencias físicas entre ellas; no suelen reconocer explícitamente las partes que las componen ni sus propiedades matemáticas.

Nivel 2. Es un nivel de análisis, de conocimiento de los componentes de las figuras, de sus propiedades básicas. Estas propiedades van siendo comprendidas a través de observaciones efectuadas durante trabajos prácticos como mediciones, dibujo, construcción de modelos, entre otros.

Nivel 3. En el llamado de ordenamiento o de clasificación, las relaciones y definiciones empiezan a quedar clarificadas, pero solo con ayuda y guía. Ellos pueden clasificar figuras jerárquicamente mediante la ordenación de sus propiedades y dar argumentos informales para justificar sus clasificaciones. Comienzan a establecerse las conexiones lógicas a través de la experimentación práctica y del razonamiento.

Nivel 4. En el de razonamiento deductivo se entiende el sentido de los axiomas, las definiciones, los teoremas, pero aún no se hacen razonamientos abstractos, ni se entiende suficientemente el significado del rigor de las demostraciones.

Nivel 5. En el de rigor es cuando el razonamiento se hace rigurosamente deductivo. Los estudiantes razonan formalmente sobre sistemas matemáticos, pueden estudiar geometría sin modelos de referencia y razonar formalmente manipulando enunciados geométricos tales como axiomas, definiciones y teoremas. Sin embargo, por la importancia que tienen estos niveles en el desarrollo del pensamiento geométrico, se realizó un análisis documental de la bibliografía consultada y en trabajos de autores que han profundizado en el tema, a partir de ahí se llega a la conclusión de que en estos no se realizan aportes en cuanto a qué habilidades del pensamiento geométrico espacial se deben desarrollar en cada uno de estos niveles mencionados.

Como resultado de este análisis documental, también se percibió que en dicha literatura las habilidades que se enuncian para desarrollar quedan en los niveles 1 y 2, es decir, de visualización y de análisis respectivamente, lo que limita el aprendizaje de la resolución de problemas en la geometría del espacio, en cuyo proceso se necesita el desarrollo de habilidades del pensamiento geométrico espacial en los restantes niveles de Van Hiele, es decir, de ordenamiento o clasificación, de razonamiento deductivo y el de rigor.

Recepción: 16-10-2017. Aprobado: 7-05-2018

Atendiendo a estos niveles del modelo de Van Hiele, la gran mayoría de los estudiantes de la educación preuniversitaria en la República de Cuba deberían arribar a este subsistema educativo en los niveles 4 y 5, pues en las educaciones Primaria y Secundaria Básica se estudian las figuras geométricas planas y espaciales, así como sus propiedades, las relaciones entre ellas, su clasificación y definición formalmente.

Para corroborar lo anteriormente expresado se realizó un estudio exploratorio sobre el estado actual del desarrollo de las habilidades del pensamiento geométrico espacial en estudiantes de la educación preuniversitaria en la provincia de La Habana. Su selección fue mediante un muestreo multietápico.

El estudio exploratorio después de seleccionar mediante un muestreo aleatorio por conglomerados a un municipio de la capital cubana y de este a uno de los varios Institutos Preuniversitarios Urbanos (IPU), se realizó en los estudiantes de décimo, undécimo y duodécimo grados del IPU "Mártires del Porvenir" del municipio de Diez de Octubre en la provincia mencionada. Se realizó entre el año 2015 y 2017, cuya población disponible es de 603 estudiantes y 10 profesores de la asignatura Matemática. Como muestra aleatoria estratificada por afijación proporcional, se seleccionó el 30% aproximadamente del total de estudiantes, lo que equivale a 68 estudiantes de décimo, 48 de undécimo y 65 de duodécimo grados, así mismo se trabajó con los 10 profesores ya mencionados.

Para la valoración del estado actual del desarrollo de las habilidades del pensamiento geométrico espacial de los estudiantes de la muestra seleccionada, se tuvo en cuenta el análisis de los resultados obtenidos de los estudiantes de duodécimo grado en pruebas de ingreso de Matemática a la Educación Superior y en pruebas pedagógicas finales realizadas. Se consideraron también las observaciones a clases impartidas por los 10 profesores de esta asignatura en el mencionado IPU, análisis de los programas de la asignatura Matemática y de sus orientaciones metodológicas en cada uno de los grados.

Como indicadores se precisaron los siguientes: conocimientos de los profesores acerca de las habilidades del pensamiento geométrico espacial y de las vías para la conducción de su desarrollo, preparación de los estudiantes para resolver problemas en geometría del espacio y precisión de orientaciones metodológicas a los profesores para conducir el desarrollo de habilidades del pensamiento geométrico espacial.

Con la aplicación de los instrumentos de medición se pudo constatar que:

- En las orientaciones metodológicas de cada uno de los grados, se pondera el desarrollo del pensamiento lógico de los estudiantes, con énfasis en los procedimientos lógicos, los cuales son necesarios para el desarrollo del pensamiento geométrico espacial, pero no resultan suficientes. Además, solo se hace alusión a la observación y comparación para distinguir propiedades de los objetos, se resalta la abstracción y el razonamiento lógico-deductivo riguroso para demostrar teoremas de geometría del espacio.
- En los programas de la asignatura Matemática se reconoce como lo esencial de la geometría del espacio que los estudiantes conozcan relaciones fundamentales en el espacio, que sean capaces de demostrar propiedades simples y aplicar sus conocimientos a la resolución de ejercicios y problemas de cálculo y demostración. Es evidente que no se presta una debida atención al desarrollo de habilidades del pensamiento geométrico espacial que forman parte esencial del proceso de resolución de estos ejercicios y problemas.

Recepción: 16-10-2017. Aprobado: 7-05-2018

■ En las pruebas de ingreso de Matemática a la Educación Superior y las pruebas finales analizadas se constató que, las respuestas a las preguntas relacionadas con la geometría del espacio, el 87,7% de los estudiantes de la muestra no establece relaciones lógicas entre las figuras planas presentes en el cuerpo geométrico, 65,3% no identifica los conceptos de las figuras planas y de los cuerpos geométricos, 91,2% no aplica correctamente la definición de estos conceptos, 89,1% no identifica propiedades esenciales de las figuras planas y de los cuerpos geométricos, 90,3% no establece relaciones lógicas entre esas propiedades, 89,5% no aplica correctamente los teoremas de la planimetría y la estereometría, 95,6% no deducen con claridad las consecuencias entre las informaciones que se dan en los datos del ejercicio o problema y el 97,6% no establece un ordenamiento lógico de las respuestas a los ejercicios y problemas.

La aplicación de la dócima ji-cuadrado de bondad de ajuste para una población, permitió declarar con un 99% de confiabilidad que las frecuencias observadas en estas categorías aquí mencionadas, son marcadas y estadísticamente significativas en relación al resto de las categorías establecidas para cada ítem que se analizó.

- En cuanto a la observación a clases, que tuvo como objetivo constatar el accionar de los estudiantes en cuanto a la resolución de problemas de la geometría del espacio y la actuación del profesor de la asignatura Matemática en la conducción del desarrollo de habilidades del pensamiento geométrico espacial, se tuvieron en cuenta los siguientes subindicadores:
  - 1. Dificultades que presentan los estudiantes en la resolución de ejercicios y problemas de cálculo y demostración en la geometría del espacio.
  - 2. Papel del profesor para contribuir al desarrollo de habilidades del pensamiento geométrico espacial en sus estudiantes, a través de la resolución de ejercicios y problemas de cálculo y demostración en la geometría del espacio.

Con la observación a 20 clases impartidas por los 10 profesores ya mencionados con anterioridad, se corroboró que los estudiantes presentaban serias dificultades para resolver ejercicios, problemas de cálculo y demostración en la geometría del espacio, debido a las insuficiencias que presentaban para identificar las propiedades de las figuras planas y espaciales presentes en las condiciones de estos, para identificar relaciones entre las propiedades de estas figuras, para deducir consecuencias de los datos y para esbozar una figura geométrica que les permitiera comprender mejor las condiciones y exigencias del ejercicio o problema.

También se constató que estos profesores no prestaban casi atención alguna al desarrollo de habilidades relacionadas con la vista espacial, la representación espacial y la imaginación espacial, pues para ellos lo más importante era que sus estudiantes llegaran a la solución del ejercicio o problema, la mayoría de las veces con su ayuda y mediante la utilización de una conversación que se comportaba o se inclinaba a ser más socrática que heurística, además, no atendieron en las clases a lo interior del proceso de resolución, en el que se manifiestan esas habilidades.

Las consideraciones asumidas en relación con el modelo de Van Hiele, unido a la valoración de los resultados del estado actual del desarrollo de las habilidades del pensamiento geométrico espacial en estudiantes justifican la necesidad de reestructurar el proceso de enseñanza-aprendizaje del contenido geométrico en la educación preuniversitaria en la provincia de La Habana.

Recepción: 16-10-2017. Aprobado: 7-05-2018

Con el propósito de mejorar este mencionado proceso se elaboró una metodología para desarrollar una actividad, referida al establecimiento de vías, métodos y procedimientos para lograr un fin, en ella se tienen en cuenta los contenidos para lograr un objetivo determinado. Se propone como solución y puede utilizarse, sistemáticamente en situaciones análogas que se dan con frecuencia en la práctica, por tanto, expresa un cierto grado de generalidad.

La metodología elaborada para mejorar el desarrollo de habilidades del pensamiento geométrico espacial se concibió como una orientación teórica y metodológica, sustentada en el enfoque desarrollador y en la enseñanza basada en la resolución de problemas. Esto posibilitó el establecimiento de métodos y procedimientos desarrolladores con el fin de lograr la preparación metodológica del profesor de la asignatura Matemática de la educación preuniversitaria en la conducción del desarrollo de estas habilidades.

En este proceder lógico investigativo, se persiguió la "unidad de la teoría con la práctica" como principio universal del conocimiento científico, ya que este principio afirma que la verdad de cualquier teoría o resultado científico se confirma o no en su aplicación práctica.

La evaluación de esta metodología elaborada en la práctica se presentó con un preexperimento. Estos estudios, en los que cabe analizar cómo se modifica una situación previa (en el ejemplo, el desarrollo de las habilidades del pensamiento geométrico espacial en estudiantes de la educación preuniversitaria) en función de una determinada intervención (en el ejemplo, una metodología que se elaboró), también se conocen como estudios de innovación o de intervención y se llevan a cabo a través de grupos experimentales y grupos de control, o bien con diseños de caso único o intragrupo.

# Concepciones del experimento

Montgomery (2004, p.1) afirmó que: "(...) un experimento puede definirse como una prueba o serie de pruebas en las que se hacen cambios deliberados en las variables de entrada de un proceso o sistema para observar e identificar las razones de los cambios que pudieran observarse en la respuesta de salida".

Cuando este estudio se realiza en contextos naturales recibe el nombre de experimento de campo, mientras que los experimentos de laboratorio tienen lugar en situaciones planificadas y controladas artificialmente por el investigador para poder analizar mejor los efectos que produce(n) una(s) variable(s) sobre otras. En estos estudios se utilizan las denominadas medidas de cambio propias de la línea de investigación cuantitativa, que hacen referencia a las posibles diferencias que se dan entre las mediciones que se hacen en la situación de análisis tras la intervención –en la pos prueba- por comparación con las medidas en la misma situación antes de la intervención -en la pre prueba-.

Estas diferencias generalmente se espera que la intervención aplicada haya podido mejorar la situación de partida. Estas medidas de cambio también permiten analizar las modificaciones que se producen espontáneamente en una situación a lo largo del tiempo, sin que necesariamente se haya introducido en ella una intervención planificada.

Los estudios experimentales, por tanto, se ocupan de analizar cómo se producen las conductas o los resultados de determinadas intervenciones y cuáles son las posibles

causas que los sustentan. Se interesan tanto por los productos como por los procesos que tienen lugar hasta llegar a ellos y pueden realizarse tras el proceso correlacional y encadenarse con este, constituyendo en este caso un solo proceso de investigación: diagnóstico, intervención y evaluación de la intervención.

Es necesario aclarar que el proceder lógico investigativo llevado a cabo en el ejemplo práctico que se propone analizar en este trabajo, estuvo sujeto al uso del método dialéctico como metodología general para desarrollar las investigaciones que se basan en la vía dialéctica del conocimiento de la verdad: movimiento de lo concreto sensible a lo abstracto, de este a lo concreto pensado y de este a la práctica. Esto puede mostrarse en la figura siguiente:

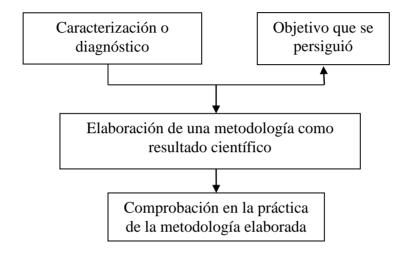


Figura 1. Representación gráfica del proceder lógico investigativo utilizado

A modo de ejemplo práctico, en lo ulterior se muestra un diseño pre prueba- pos prueba con diseño de caso único o intragrupo, al aplicar una metodología como resultado científico pedagógico para contribuir al mejoramiento del desarrollo de las habilidades del pensamiento geométrico espacial en estudiantes de la educación preuniversitaria. Evidentemente, el diseño de experimentos es un conjunto de técnicas activas, en el sentido de que no esperan que el proceso mande las señales útiles, sino que este se

"manipula" para que proporcione la información que se requiere para su mejoría. En este trabajo se asume que un diseño de experimentos o diseño experimental consiste en: "...planear y realizar un conjunto de pruebas con el objetivo de generar datos que, al ser analizados estadísticamente, proporcionen evidencias objetivas que permitan responder las interrogantes planteadas por el experimentador sobre determinada situación" (Gutiérrez y De la Vara, 2008, p.5).

Lo que se ha planteado hasta el momento es válido en el campo de la investigación científica aplicada, ya que a fin de cuentas, el objetivo es generar nuevas ideas y mejores respuestas a las interrogantes del investigador sobre el objeto de estudio.

Con la finalidad de constatar si una metodología elaborada contribuía al mejoramiento del desarrollo de habilidades del pensamiento geométrico espacial mediante el proceso de enseñanza-aprendizaje del contenido geométrico, se utilizó un pre-experimento durante la unidad 3 "Geometría del espacio" del programa de la asignatura Matemática del duodécimo grado en la República de Cuba, con un total de 35 horas clases y de

Recepción: 16-10-2017. Aprobado: 7-05-2018

esta, la subunidad temática "Geometría sintética del espacio" con un total de 20 horas clases, a la que le antecede la subunidad temática "Geometría plana".

En la presentación del diseño pre-experimental en el trabajo se utilizó el sistema de representación universal, de manera similar a la de Campbell y Stanley (1982).

Al diseño pre prueba- pos prueba intragrupo que se describe a continuación, denominado pre-experimento, se percibirá que le faltan dos o más de las seis características con que se ha asumido la definición de las características de los estudios experimentales. En consecuencia, algunas fuentes de su validez interna son muy débiles (historia, regresión estadística, difusión del tratamiento, influencia del experimentador y maduración) y por ello los resultados son a veces difíciles de interpretar. Por tal razón, el pre-experimento no tiene suficiente fuerza para hacer inferencias causales al utilizar sus diversos diseños (diseño de solo pos prueba con un grupo, diseño de pre prueba- pos prueba con un grupo y diseño de solo pos prueba con dos grupos no equivalentes). Sin embargo, suelen ser muy útiles como procedimientos para generar ideas que, en lo adelante, bien pudieran ser probadas con diseños más sistemáticos y robustos.

En el trabajo que se presenta se han asumido las características de los estudios experimentales, declaradas por Bisquerra (2016) al afirmar que son:

- Equivalencia estadística de sujetos en diversos grupos normalmente formados al azar.
- Comparación de dos o más grupos o conjuntos de condiciones.
- Manipulación directa de una variable independiente.
- Medición de cada variable dependiente.
- Uso de estadísticos inferenciales.
- Diseño que permita un control máximo de variables extrañas.

Para la realización del diseño pre-experimental se llevaron a cabo los pasos siguientes:

1. Definición del fin que se persiguió con la situación experimental, así como la hipótesis que se sometió a contrastación empírica.

Para arribar a la conclusión de que la metodología elaborada contribuye al mejoramiento del desarrollo de las habilidades del pensamiento geométrico espacial en estudiantes de la educación preuniversitaria en la provincia de La Habana, se procedió por medio de la inferencia deductiva al asumir que esta mencionada conclusión es verdadera a partir de que lo sean ya las hipótesis o premisas siguientes:

Premisa 1. Si se elabora una metodología para el desarrollo de las habilidades del pensamiento geométrico espacial, entonces se establecen métodos y procedimientos con el fin de lograr la preparación metodológica del profesor de la asignatura Matemática en la conducción del desarrollo de estas habilidades.

Es evidente que esta premisa ya es un hecho aceptado, puesto que tanto la metodología como sus eslabones, componentes y procedimientos para su aplicación se supone deben presentarse ya elaboradas.

Premisa 2. Si se aplican los métodos y procedimientos, sustentados en el enfoque desarrollador y en la enseñanza basada en la resolución de problemas, en la preparación metodológica del profesor de la asignatura Matemática, entonces se mejora el desarrollo de las habilidades del pensamiento geométrico espacial en estudiantes de la educación preuniversitaria en la provincia de La Habana.

Recepción: 16-10-2017. Aprobado: 7-05-2018

Es indudable que esta premisa se debe afirmar o demostrar su valor de verdad, cuestión que se llevará a cabo al comprobar en la práctica los posibles cambios provocados por la metodología mediante un diseño pre-experimental.

Este proceso utilizado de deducción lógica de las premisas ya declaradas, permitió por medio de la implicación universal siguiente:

 $((Premisa\ 1 \rightarrow Premisa\ 2) \land (Premisa\ 2 \rightarrow Conclusión)) \rightarrow (Premisa\ 1 \rightarrow Conclusión)$  Concluir que: la metodología elaborada, sustentada en el enfoque desarrollador y en la enseñanza basada en la resolución de problemas, contribuye al mejoramiento del desarrollo de las habilidades del pensamiento geométrico espacial en estudiantes de la educación preuniversitaria en la provincia de La Habana.

2. Precisión de las variables dependientes y de la variable independiente.

Evidentemente, el diseño pre-experimental se aplicó solo para generar ideas que pueden ser probadas en lo ulterior con algún tipo de experimentación más sistemática, puesto que con este mencionado diseño se ha pretendido solo constatar que la intervención de la metodología elaborada, junto a otros factores que no fueron controlados provocaron cambios positivos al estado actual del desarrollo de las habilidades del pensamiento geométrico espacial en estudiantes de la educación preuniversitaria en La Habana.

Las variables independientes -también llamadas antecedentes- son aquellas que ejercen una influencia sobre otras, llamadas por eso variables dependientes -también denominadas consecuentes-, condicionando su comportamiento.

Las relaciones que cabe establecer entre estos dos tipos de variables, independiente y dependiente, permiten aproximarnos hasta un cierto grado a la formulación de hipótesis sobre las relaciones de causa-efecto que se producen en la realidad entre distintos tipos de fenómenos. Descubrir estas relaciones permite avanzar en el conocimiento científico de la realidad, hacer diagnósticos de la misma, controlar los fenómenos hasta cierto grado e, incluso, intervenir sobre ellos para mejorarlos.

Es importante destacar que el estudio de estas relaciones de dependencia entre variables independientes y variables dependientes se lleva a cabo desde una perspectiva cuantitativa de la investigación científica a través de los diseños experimentales. Al diseñar estos experimentos el investigador delimita ("manipula") cómo trabajar con la variable independiente en formas diversas para poder observar los efectos a que da lugar en la variable dependiente.

En consecuencia se declara, para el caso del ejemplo que nos ocupa, como variable independiente: la metodología elaborada y como variables dependientes los niveles y criterios siguientes:

- Nivel de conocimiento y de desarrollo de las habilidades del pensamiento geométrico espacial que poseen los estudiantes para resolver problemas de la estereometría de forma individual y colectiva. El mismo se estructura en dos componentes: el diagnóstico de trabajo individual y el diagnóstico de trabajo en colectivo.
- Preparación del estudiante en las acciones que son necesarias ejecutar para desarrollar las habilidades del pensamiento geométrico espacial a través de la resolución de ejercicios y problemas geométricos. Se estructura en dos componentes: preparación motivacional—afectiva y preparación cognitivoinstrumental.

- Perfeccionamiento en la ejecución de estas habilidades en la resolución de problemas de la estereometría. Consta de los componentes: aplicación a problemas de exigencias deterministas y aplicación a problemas de exigencias no deterministas.
- Control por parte del profesor de la asignatura Matemática, del nivel que han ido alcanzando los estudiantes en el proceso, que le permita bridar los niveles de ayuda necesarios para corregir, orientar y guiar su proceder y, al mismo tiempo, que el estudiante se autoevalúe y también evalúe el proceder de sus compañeros con el propósito de reconocer sus limitaciones y las acciones que deben seguir para alcanzar resultados superiores. Son componentes: la evaluación cognitiva y la metacognitiva.
- 3. Determinación de los medios con que se contó para realizar el pre-experimento. Para analizar el estadio del desarrollo de las habilidades del pensamiento geométrico espacial en la subunidad seleccionada se realizó antes de iniciar la unidad 3 "Geometría del espacio", en la que ella se inserta, el diagnóstico de las necesidades cognoscitivas de los estudiantes por medio de la aplicación de una prueba pedagógica 1 (PP1) como instrumento de medición dirigido al diagnóstico del trabajo individual y en colectivo. En la pregunta 1 de esta PP1 se evaluaron las habilidades siguientes:
- Identificar las figuras geométricas planas y espaciales que conforman un cuerpo geométrico en el espacio.
- Identificar conceptos, teoremas y fórmulas, relacionados con objetos geométricos.
- Reproducir la definición de los conceptos, la formulación de los teoremas y las fórmulas, relacionados con objetos geométricos.
- Clasificar las figuras planas y los cuerpos geométricos.

En la pregunta 2 de esta PP1 se evaluaron las habilidades siguientes:

- Identificar las figuras geométricas planas y espaciales que conforman un cuerpo geométrico en el espacio.
- Identificar un objeto geométrico visto desde diferentes ángulos.
- Representar un objeto geométrico visto desde diferentes ángulos.

En la pregunta 3 de esta PP1 se evaluaron las habilidades siguientes:

- Determinar relaciones espaciales entre las figuras geométricas planas, entre las espaciales y entre las planas y las espaciales.
- Establecer relaciones entre las definiciones de los conceptos, las formulaciones de los teoremas y los procedimientos geométricos asociados a objetos geométricos.
- Deducir consecuencias de las relaciones entre las definiciones de los conceptos, las formulaciones de los teoremas y los procedimientos geométricos asociados a los objetos geométricos.

Para la elaboración de esta PP1 se precisaron los siguientes conocimientos y habilidades precedentes que debía dominar el estudiante:

- Conocimientos: triángulos, cuadriláteros, polígonos regulares, circunferencia y círculo. Sus definiciones y propiedades, áreas y perímetros de triángulos, igualdad y semejanza de cuadriláteros, polígonos regulares, circunferencia y círculo; prisma recto, ortoedro, cubo, pirámide recta, cilindro circular recto, cono circular recto, esfera, sus definiciones y propiedades, áreas y volúmenes.
- Habilidades: identificar conceptos de figuras planas y de cuerpos geométricos; formular definiciones de conceptos de figuras planas y de cuerpos geométricos; formular teoremas asociados a figuras planas y cuerpos geométricos; calcular áreas

Recepción: 16-10-2017. Aprobado: 7-05-2018

y perímetros de figuras planas; calcular áreas y volúmenes de cuerpos geométricos; resolver triángulos.

Para analizar el nivel alcanzado en el desarrollo de las habilidades del pensamiento geométrico espacial por parte de los estudiantes al culminar el proceso de enseñanza-aprendizaje de la subunidad temática "Geometría sintética del espacio" con un total de 20 horas clases, en atención a que se aplicó los métodos y procedimientos sustentados en el enfoque desarrollador y en la enseñanza basada en la resolución de problemas en la preparación metodológica del profesor de la asignatura Matemática, se elaboró una prueba pedagógica (PP2) que se aplicó posteriormente.

En la pregunta 1 de esta PP2 se evaluaron las habilidades siguientes:

- Identificar las figuras geométricas planas y espaciales que conforman un cuerpo geométrico en el espacio.
- Identificar conceptos, teoremas y fórmulas, relacionados con objetos geométricos.
- Reproducir la definición de los conceptos, la formulación de los teoremas y las fórmulas, relacionados con objetos geométricos.
- Clasificar las figuras planas y los cuerpos geométricos.

En la pregunta 2 de esta PP2 se evaluaron las habilidades siguientes:

- Identificar las figuras geométricas planas y espaciales que conforman un cuerpo geométrico en el espacio.
- Identificar un objeto geométrico visto desde diferentes ángulos.
- Representar un objeto geométrico visto desde diferentes ángulos.

En la pregunta 3 de esta PP2 se evaluaron las habilidades siguientes:

- Determinar relaciones espaciales entre las figuras geométricas planas, entre las espaciales y entre las planas y las espaciales.
- Establecer relaciones entre las definiciones de los conceptos, las formulaciones de los teoremas y los procedimientos geométricos asociados a objetos geométricos.
- Deducir consecuencias de las relaciones entre las definiciones de los conceptos, las formulaciones de los teoremas y los procedimientos geométricos asociados a los objetos geométricos.

Para determinar la estabilidad de las dos pruebas pedagógicas (PP1 y PP2) para proporcionar medidas consistentes, se procedió al cálculo de la fiabilidad de las mismas. Para ello, esta fiabilidad se expresó con el coeficiente de dos mitades de Guttman entre las dos series de medidas en cada prueba mencionada.

Para demostrar la significación estadística en la comparación del estado inicial y el final en un grupo de estudiantes seleccionados al azar, se utilizó la prueba de los signos como dócima de una muestra medida dos veces y obtenida por medio de pares replicados.

4. Constatación, con toda precisión posible, de la situación en que se encontraban las variables dependientes en su estado inicial en la muestra seleccionada.

Para verificar la situación en que se encontraban las variables dependientes en su estado inicial, se les aplicó la prueba pedagógica (PP1) a los 30 estudiantes del grupo 1 de duodécimo grado del IPU "Mártires del Porvenir" del municipio de Diez de Octubre en la provincia de La Habana. Cuya muestra fue seleccionada mediante un muestreo aleatorio por conglomerados.

En este paso del pre-experimento se consideró pertinente ejecutar, después de aplicada la PP1 como instrumento de medición en el diagnóstico, las acciones metodológicas del primer eslabón de la metodología. Se obtuvieron los siguientes

resultados en cuanto al nivel de desarrollo de las habilidades del pensamiento geométrico espacial:

geometrico espaciai.					
		Cantidad de estudiantes por niveles de desarrollo			
Habilidades	Nivel	Nivel	Nivel	Nivel	
	alto	medio	bajo	nulo	
Identificar las figuras geométricas planas y espaciales	7	8	10	5	
Identificar un objeto geométrico visto desde diferentes ángulos	6	5	4	15	
Representar un objeto geométrico visto desde diferentes ángulos	6	4	2	18	
Identificar conceptos, teoremas y fórmulas, relacionados con objetos geométricos.	8	6	10	4	
Reproducir la definición de los conceptos, la formulación de los teoremas y las fórmulas	6	9	8	7	
Clasificar las figuras planas y los cuerpos geométricos.	7	7	10	6	
Determinar relaciones espaciales entre las figuras geométricas planas, entre las espaciales y entre las planas y las espaciales	6	7	5	12	
Establecer relaciones entre las definiciones de los conceptos, las formulaciones de los teoremas y los procedimientos geométricos asociados a objetos geométricos.	5	8	4	13	
Deducir consecuencias	4	9	3	14	

A partir de la tabulación realizada de los resultados del diagnóstico se constató que más del 50% de los estudiantes están en los niveles bajo y nulo. Esto justifica la necesidad de aplicar los métodos y procedimientos sustentados en el enfoque desarrollador y en la enseñanza basada en la resolución de problemas en la preparación metodológica de los profesores de la asignatura Matemática en el duodécimo grado en dicho IPU, para evidentemente alcanzar niveles superiores en el desarrollo de las habilidades del pensamiento geométrico espacial por parte de los estudiantes del grupo seleccionado. "El proceso de enseñanza—aprendizaje de la Matemática en Cuba no está exenta de

"El proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática en Cuba no está exenta de estas limitaciones (...) en los educandos, los que llegan al último grado de la educación preuniversitaria (...) sin tener aprehendidas las habilidades relacionadas con este componente del pensamiento matemático" (Ortiz, Enrique y García, 2018, p. 6).

A partir del diagnóstico de trabajo en colectivo se organizó la matrícula del aula en siete equipos, dos de cinco estudiantes y cinco de cuatro, atendiendo a la composición de estos propuestos en la metodología.

5. Introducción del estímulo o variable independiente, la cual se introdujo en la muestra seleccionada.

En este paso del pre-experimento se consideró pertinente la disposición de los estudiantes para el aprendizaje de los contenidos geométricos de la estereometría y la aplicación del pre-experimento por un profesor de 14 años de experiencia en la asignatura Matemática, que es el profesor del grupo seleccionado.

Recepción: 16-10-2017. Aprobado: 7-05-2018

El pre-experimento consideró una población disponible de 217 estudiantes del duodécimo grado del mencionado IPU de donde se obtuvo la muestra de los 30 estudiantes del grupo ya mencionado.

El contenido de la unidad se distribuyó como se muestra a continuación:

Clase 1: Conceptos primarios de la geometría plana (punto, recta, plano). Axioma y teorema: hipótesis o premisas; tesis o conclusión; demostración, recíproco y contra recíproco. Espacio geométrico. Axiomas básicos de la geometría del espacio (clase de tratamiento del nuevo contenido).

Clase 2: Ejercicios sobre los axiomas básicos de la geometría del espacio (clase de ejercitación).

Clase 3: Determinación de un plano por dos rectas que se cortan en un punto y su demostración. Determinación de un plano (clase de tratamiento del nuevo contenido).

Clases 4 y 5: Ejercicios sobre determinación de un plano (clases de ejercitación).

Clase 6: Posición relativa de dos rectas en el espacio. Paralelismo y perpendicularidad entre recta y plano. Definición de la distancia de un punto a un plano (clase de tratamiento del nuevo contenido).

Clases 7 y 8: Ejercicios sobre posiciones relativas entre rectas, entre planos y entre rectas y planos en el espacio (clases de ejercitación).

Clase 9: Oblicua a un plano y su proyección sobre dicho plano. Ángulos entre rectas y planos y entre planos (clase de tratamiento del nuevo contenido).

Clases 10 y 11: Ejercicios sobre oblicua a un plano y ángulo entre restas y planos y entre planos (clases de ejercitación).

Clase 12: Teorema de las tres perpendiculares y su recíproco (clase de tratamiento del nuevo contenido).

Clases 13 y 14: Ejercicios sobre el teorema de las tres perpendiculares y su recíproco (clases de ejercitación).

Clases 15- 20: Ejercicios de la unidad (clases de sistematización).

Las acciones metodológicas del eslabón de preparación para el desarrollo de las habilidades del pensamiento geométrico espacial se realizaron al aprovechar los contenidos de la subunidad 1 de esta unidad (con 12 horas clases), relacionados con la Geometría plana, para sistematizar los contenidos: relaciones de posición entre puntos y rectas y entre rectas; distancia de un punto a una recta; ángulos, relaciones entre pares de ángulo de acuerdo a sus amplitudes y la posición que ocupan; triángulos y los cuadriláteros; elementos y propiedades y relaciones métricas en la circunferencia y el círculo; igualdad y semejanza de figuras planas; grupo de teoremas de Pitágoras y sus recíprocos; perímetro y área de figuras planas y resolución de triángulos cualesquiera.

Asimismo, se realizan las acciones del componente de preparación cognitivoinstrumental, ya que se dosificaron clases de repaso y sistematización, que contribuyeron a trabajar sobre las dificultades detectadas en el diagnóstico y de esta forma reactivar de manera explícita los conceptos, teoremas y procedimientos previos para el tratamiento de los contenidos de la subunidad dos. Además, la reactivación de estos contenidos se realizó a través de la resolución de problemas con exigencias deterministas, relacionados con el cálculo en cuerpos geométricos, estudiados en grados anteriores.

Mediante la resolución de esos problemas se comenzó el entrenamiento de los estudiantes en la realización de los procedimientos desarrolladores para el perfeccionamiento de las habilidades del pensamiento geométrico espacial, lo cual fue

Recepción: 16-10-2017. Aprobado: 7-05-2018

apoyado con las orientaciones. Estas orientaciones fueron facilitadas a cada estudiante de forma impresa, para que siempre las consultaran cuando estuvieran resolviendo los problemas que se les planteaban. El acompañamiento del profesor a los estudiantes en la ejecución de los procedimientos desarrolladores, a través de la resolución de problemas de la geometría del espacio, fue apoyado con los niveles de ayuda necesarios, mediante la aplicación del método de conversación heurística.

Por los resultados tan desfavorables constatados en el diagnóstico, en las primeras siete clases se apeló al trabajo de los estudiantes por equipos. Ello favoreció el apoyo de los estudiantes de nivel alto y medio a los de los niveles bajo y nulo, así como a aprender a aprender de manera cooperada; se perfeccionó, con la ayuda e intervención del profesor, la distribución del trabajo en los equipos, la consecuente ejecución de las orientaciones dadas para la realización de los procedimientos desarrolladores. En las cinco últimas clases de esa subunidad temática se propició que los estudiantes trabajaran de manera individual, bajo la guía y el acompañamiento del profesor.

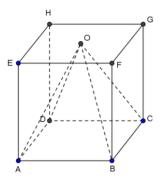
En todas estas clases el momento de discusión de los problemas permitió corregir modos de actuación incorrectos, perfeccionar estrategias de trabajo en la resolución de problemas, comprender y aprender los procedimientos heurísticos en los que deben apoyarse para resolver problemas, que los estudiantes exteriorizaran sus procederes, se les ayudó a autoevaluar sus acciones, propiciándose de esta forma la realización de las acciones del eslabón de evaluación.

En la subunidad temática, dos de los eslabones de la metodología se realizaron de la siguiente manera:

 Se seleccionaron y elaboraron problemas, como el que se presenta a continuación, para crear situaciones problémicas en cada una de las clases de tratamiento de nuevo contenido.

# Problema (clase 1):

En la figura se tiene el cubo ABCDEFGH; O es el punto de intersección de las diagonales de la base superior. Si las aristas del cubo miden 4,0 cm, calcula el área lateral, total y el volumen de la figura geométrica ABCDO.



La situación problémica radicó en la clasificación de la figura geométrica ABCDO, pues aunque el estudiante planteara que es una pirámide, el profesor creó un ambiente de dudas, en cuanto a cómo demostrar que las figuras ABO, BCO, CDO y ADO son planas. Ello permitió que el estudiante se motivara por el contenido de la clase, pues no tenía las herramientas necesarias para demostrarlo y se creó la contradicción entre lo conocido y lo desconocido. En este caso la tarea docente estuvo dirigida a demostrar que esas figuras son planas, para de esta forma confirmar que ABCDO es una pirámide.

Este problema permitió que se introdujeran los axiomas relacionados con la geometría del espacio, que aparecen en la página 109 del libro de texto de duodécimo grado, parte uno. En el análisis, comprensión y resolución de este problema en la clase se pidió a los estudiantes que se guiaran por las orientaciones que ellos poseían impresas, lo que permitió continuar con la preparación para el desarrollo de las habilidades del pensamiento geométrico espacial, al realizarse a través de ellas los procedimientos desarrolladores.

- En las clases dedicadas a la ejercitación se continuó la preparación de los estudiantes para el desarrollo de las habilidades, se continuó dando seguimiento al diagnóstico de sus necesidades cognoscitivas y se planificaron tres encuentros de intercambio correctivo con estudiantes o con equipos de estudiantes que presentaron estancamientos y retrocesos en el desarrollo de sus habilidades.
- Se realizó una escuela de padres, dedicada a cómo debían apoyar a sus hijos en la identificación de los cuerpos geométricos que les rodeaban en su casa y en la calle, se les enseñó cómo debían estudiar en equipos, pues también se asignaron tareas estraclases para ser realizadas por equipos en las siete casas de estudio asignadas con el consentimiento y aprobación de los padres.
- Se realizaron cuatro preguntas escritas, dos para su realización de forma individual y dos para su realización en equipos, con el objetivo de controlar y evaluar el desarrollo de las habilidades y para el seguimiento del diagnóstico, lo que posibilitó trazar acciones correctivas por parte del profesor.
- En las seis clases de sistematización se realizaron las acciones del eslabón de aplicación de las habilidades, en dos de ellas los estudiantes trabajaron por equipos y en las restantes cuatro de forma individual, ya sin las orientaciones de los procedimientos desarrolladores, pero solo con problemas de exigencias deterministas. En ocasiones se les facilitó ayuda a estudiantes y equipos con dificultades, pero ya se comenzó a constatar la realización independiente de las tareas en 18 de ellos, lo que es un indicio de la efectividad y la efectividad de la metodología.
- Se realizaron dos encuentros de conocimientos en horarios fuera de las clases, con una duración de 45 minutos, 15 minutos dedicados a la resolución de un problema geométrico por equipos y 30 minutos a la resolución de manera individual de un problema. Ambos problemas fueron de exigencias no deterministas.

En estos encuentros de conocimientos se pudo observar la disposición de los estudiantes por realizar los problemas, su motivación por la actividad, porque su equipo alcanzara uno de los tres primeros lugares. La mayoría de los padres acompañaron a sus hijos durante toda la actividad (estos fueron convocados a participar de manera voluntaria por el profesor), lo que propició que estos se comprometieran más con el resultado. Se respiró un ambiente de competencia, de camaradería; los estudiantes días antes se reunieron en las casas de estudio y se prepararon por una guía de ejercicios facilitados por el profesor para que se entrenaran por equipos y esto los ayudara en su desempeño tanto en lo colectivo como en lo individual.

6. Constatación, con toda precisión posible, de la situación en que se encontraban las variables dependientes después de la introducción de la variable independiente, a fin de poder comparar posteriormente con el estado inicial.

La prueba pedagógica PP2 permitió constatar el nivel de desarrollo de las habilidades alcanzado por los estudiantes después de aplicada la metodología elaborada, dicha prueba arrojó los resultados que se presentan en la tabla siguiente:

prueba arrojo los resultados que se presentari en la tabla siguiente.					
	Cantidad de estudiantes por			es por	
Habilidades		niveles de desarrollo			
Habilidades	Nivel	Nivel	Nivel	Nivel	
	alto	medio	bajo	nulo	
Identificar las figuras geométricas planas y espaciales	9	12	8	1	
Identificar un objeto geométrico visto desde diferentes ángulos	10	8	10	2	
Representar un objeto geométrico visto desde diferentes ángulos	8	10	10	2	
Identificar conceptos, teoremas y fórmulas, relacionados con objetos geométricos.	11	11	6	2	
Reproducir la definición de los conceptos, la formulación de los teoremas y las fórmulas	10	10	9	1	
Clasificar las figuras planas y los cuerpos geométricos.	13	12	4	1	
Determinar relaciones espaciales entre las figuras geométricas planas, entre las espaciales y entre las planas y las espaciales	8	10	9	3	
Establecer relaciones entre las definiciones de los conceptos, las formulaciones de los teoremas y los procedimientos geométricos asociados a objetos geométricos.	10	7	5	8	
Deducir consecuencias	10	7	5	8	

<sup>7.</sup> Comparación del estado inicial y final de las variables dependientes, al determinar los cambios que se han producido.

En los 30 estudiantes del grupo 1 de duodécimo grado se pudo evidenciar cambios positivos después de la realización del proceso de enseñanza-aprendizaje de la subunidad temática "Geometría sintética del espacio".

Respecto a la valoración general del nivel alcanzado en el desarrollo de las habilidades del pensamiento geométrico espacial en los estudiantes de la población disponible a partir del trabajo experimental realizado en el grupo de 30 de ellos seleccionados, al considerar la significación estadística en el cambio en cada indicador mediante la aplicación de los métodos y procedimientos sustentados en el enfoque desarrollador y en la enseñanza basada en la resolución de problemas en la preparación metodológica del profesor de la asignatura Matemática, se empleó la prueba de los signos.

La utilización de esta prueba de significación estadística permitió afirmar con un 99% de confiabilidad que hay diferencias significativas en el nivel alcanzado en el desarrollo de las habilidades del pensamiento geométrico espacial en los estudiantes, que pudieran ser extendidas a toda la población disponible, al menos sobre la base de los resultados obtenidos de la aplicación de las pruebas pedagógicas elaboradas PP1 y PP2.

Para ello, se elaboró la tabla siguiente:

Para ello, se elaboro la tabla siguiente:					
	Cantidad de estudiantes por			es por	
Habilidades		niveles de desarrollo			
Habilidades	Nivel	Nivel	Nivel	Nivel	
	alto	medio	bajo	nulo	
Identificar las figuras geométricas planas y espaciales	+	+	-	-	
Identificar un objeto geométrico visto desde diferentes ángulos	+	+	+	-	
Representar un objeto geométrico visto desde diferentes ángulos	+	+	+	-	
Identificar conceptos, teoremas y fórmulas, relacionados con objetos geométricos.	+	+	+	-	
Reproducir la definición de los conceptos, la formulación de los teoremas y las fórmulas	+	+	+	-	
Clasificar las figuras planas y los cuerpos geométricos.	+	+	-	-	
Determinar relaciones espaciales entre las figuras geométricas planas, entre las espaciales y entre las planas y las espaciales	+	+	+	-	
Establecer relaciones entre las definiciones de los conceptos, las formulaciones de los teoremas y los procedimientos geométricos asociados a objetos geométricos.	+	+	+	-	
Deducir consecuencias	+	+	+	-	

Al aplicar los procedimientos para esta prueba estadística se asumieron las siguientes hipótesis:

Hipótesis nula  $(H_0)$ : La metodología elaborada no propicia el cambio de niveles de desarrollo de las habilidades del pensamiento geométrico espacial en los estudiantes.

Hipótesis alternativa (H<sub>1</sub>): La metodología sí propicia el cambio de niveles de desarrollo de las habilidades del pensamiento geométrico espacial en los estudiantes.

Para aplicar la prueba de los signos y tomar una decisión estadística y popular, se asumió como nivel de significación del error  $\alpha=0.01$ . Para la definición de la región crítica, esta prueba estadística se comparó con los valores de la distribución normal, que para  $\alpha=0.01$  es  $Z\geq 2.33$ .

El cálculo de Z, a partir del registro de los datos para comparar con el valor crítico en la tabla de la distribución normal, se realizó de acuerdo al estadígrafo siguiente:

$$Z = \frac{(x \pm 0.5) - \frac{N}{2}}{\frac{\sqrt{N}}{2}}$$
, donde  $x$  es el número de cambios positivos,  $N$  el tamaño de la muestra,

x-0.5 se usa cuando  $x>\frac{N}{2}$ , evidentemente en el ejemplo práctico que nos ocupa el número de cambios de signos es x=25 y por ende 25>15, por tanto se utilizó la fórmula anterior de la forma siguiente:

$$Z = \frac{(25 - 0.5) - 15}{2.74} = \frac{9.5}{2.74} \approx 3.47$$

Recepción: 16-10-2017. Aprobado: 7-05-2018

Decisión: Como 3,47 > 2,33 entonces se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis alternativa con un 99% de confiabilidad. Sobre la base de estos resultados puede afirmarse que existen diferencias significativas entre los niveles de desarrollo de las habilidades del pensamiento geométrico espacial en los estudiantes después de aplicada la metodología elaborada, por lo que se puede hacer una infancia inductiva acerca de que dicha metodología propicia el cambio de niveles de desarrollo de las habilidades del pensamiento geométrico espacial en los estudiantes.

8. Establecimiento de las conclusiones sobre la hipótesis que se sometió a contrastación empírica.

Durante el pre-experimento se apreció un clima favorable de cooperación en el grupo de 30 estudiantes y una correcta utilización del diálogo como vía de relacionarse el profesor y estos últimos, se garantiza una sistematización del contenido geométrico, confianza y seguridad en la exposición de las ideas y en las respuestas a aportar en la solución de los problemas, lo que permite un mayor protagonismo estudiantil.

Es evidente que el proceso de enseñanza-aprendizaje de la subunidad temática "Geometría sintética del espacio" debe encaminarse a promover actitudes reflexivas, atender a las necesidades, intereses, estructuras cognitivas y afectivas de los estudiantes y, al papel de las experiencias personales en el aprendizaje, así como su función social en estrecha relación con la tecnología y la sociedad cubana y capitalina en un momento histórico concreto.

Después de los resultados obtenidos a partir de los pasos seguidos para la comprobación de la hipótesis experimental, se concluye que la aplicación de la metodología elaborada, sustentada en el enfoque desarrollador y en la enseñanza basada en la resolución de problemas, ha contribuido al mejoramiento del desarrollo de las habilidades del pensamiento geométrico espacial en los estudiantes de duodécimo grado en el IPU "Mártires del Porvenir" del municipio de Diez de Octubre en la provincia de La Habana.

A partir de lo anterior se puede plantear que:

La utilización de un pre-experimento con diseño de pre prueba- pos prueba en un grupo posibilitó corroborar cambios en el desarrollo de las habilidades del pensamiento geométrico espacial en estudiantes de la educación preuniversitaria en la provincia de La Habana, al aplicar los métodos y procedimientos, sustentados en el enfoque desarrollador y en la enseñanza basada en la resolución de problemas, en la preparación metodológica de los profesores de la asignatura Matemática.

Las valoraciones cualitativas y cuantitativas realizadas en la aplicación del preexperimento, permitieron confirmar la pertinencia teórica y práctica de la metodología elaborada, lo que demuestra la necesidad de su aplicabilidad en el proceso de enseñanza-aprendizaje del contenido geométrico en el duodécimo grado en la educación preuniversitaria en la provincia de La Habana.

#### REFERENCIA BIBLIOGRÁFICA

Bisquerra, R. (coord.). (2016). *Metodología de la investigación educativa*. 5a edición. Madrid, Arcos/Libros-La Muralla.

Campbell, D. T. y Stanley, J. C. (1982). *Diseños experimentales y cuasiexperimentales en la investigación social*. Buenos Aires, Amorrortu.

- Montgomery, D. C. (2004). Diseño y análisis de experimentos (segunda edición). México, Limusa.
- Ortiz, W., Enrique, F. M. y García, J. E. (Junio, 2018). Estudio exploratorio sobre el desarrollo de las habilidades del pensamiento geométrico espacial en estudiantes de la educación preuniversitaria. *Revista Opuntia Brava*, 10(2), ISSN 2222-081X, RNPS 2074. Recuperado de http://opuntiabrava.ult.edu.cu/index.php/opuntiabrava/article/view/106