

PROCEDIMIENTO DIDÁCTICO PARA UN APRENDIZAJE DESARROLLADOR DE LAS FUNCIONES REALES DE UNA VARIABLE REAL EN EL PROCESO DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DEL ANÁLISIS MATEMÁTICO

DIDACTIC PROCEDURE FOR A DEVELOPER LEARNING TO REALS FUNCTIONS OF ONE REAL VARIABLE IN THE TEACHING-LEARNING PROCESS TO MATHEMATICAL ANALYSIS

Enma Leticia Ochoa Domínguez¹ (elod@ucp.lt.rimed.cu)

Ana María Carbonell Hernández² (amch@ucp.lt.rimed.cu)

Arledis Cruz González

RESUMEN

Se presenta un procedimiento didáctico aplicable a los diferentes tipos de funciones reales de una variable real, el cual se diseñó a partir de un análisis del tratamiento de este contenido en diferentes planes de estudio de las carreras de Matemática y Física de los centros pedagógicos de la educación superior; se integraron los referentes filosóficos, sociológicos, psicológicos, pedagógicos y didácticos. La vinculación con la vida se potenció mediante una ejercitación variada, basada en la selección de ejercicios por niveles de desempeño cognitivo, ejercicios integradores, ejercicios de formato diverso, ejercicios de aplicación, fundamentalmente, a la Física, que sirve a los futuros profesores en su desempeño y contribuye a elevar la calidad del aprendizaje de la disciplina Análisis Matemático. El objetivo de la propuesta es orientar didácticamente a los estudiantes acerca del proceder para lograr el aprendizaje de las funciones reales de una variable real, por lo que el procedimiento didáctico está conformado por acciones a realizar por el profesor y el estudiante, las que permiten organizar y ejercitar dicho contenido.

PALABRAS CLAVES: Variable real, funciones reales, análisis matemático

ABSTRACT

In this article a didactic procedure is presented, which is applicable to the different to the real functions of a real variable. It was designed from the analysis of the treatment given to the content of the different curricula of Math and Physic measurements in pedagogical centers of Higher Education. Here the philosophical, sociological, psychological, pedagogical and didactic referents are integrated. The binding with life was upgraded by means of a varied drilling, based on the selection of exercises by the performance levels cognitive, integrated exercises, exercises in different format, applicable exercises, mainly, to Physic that is good for teacher to be in their performance and contributes to upgrade the quality in learning the

¹ Máster en Educación y Profesor Auxiliar. Licenciada en Educación: Especialidad Matemática. Profesora de la Universidad de Las Tunas, Cuba.

² Licenciada en Educación: Especialidad Matemática. Asistente. . Profesora de la Universidad de Las Tunas, Cuba.

Math analysis discipline. The aim of this proposal is to orient didactically about the way to learn of the real function of a real variable. So, the didactic procedure is integrated by actions that the teacher and the students should carry out, which allowed organizing and drilling the content.

KEYWORDS: Real variable, real functions, mathematical analysis.

La educación se manifiesta en múltiples formas de la práctica social y a niveles muy diferentes. Es un proceso complejo que sufre cambios periódicos en aras de dar respuesta a las necesidades sociales.

En los lineamientos 146, 151 y 152 de la política económica y social del Partido y la Revolución, aprobados en el VI Congreso Ej. “Eleva el rigor y la efectividad del proceso docente-educativo para incrementar la eficiencia del ciclo escolar...” (Partido Comunista de Cuba, 2011, p. 6) se expresa la necesidad de formar con calidad y rigor al personal docente en cada provincia para dar respuesta a las necesidades de los centros educativos, elevando la efectividad del proceso docente-educativo; y para ello las universidades de ciencias pedagógicas deben actualizar los programas de formación e investigación. En consecuencia, el artículo presenta un procedimiento didáctico aplicable a los diferentes tipos de funciones reales de una variable real.

El modelo del profesional de la carrera Matemática-Física, en el plan de estudios D, establece que: “Se pretende formar un profesional revolucionario con una preparación político-ideológica y científico-metodológica, que le permita dirigir el proceso educativo, y en particular, el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática y la Física con un enfoque interdisciplinario en que se tengan en cuenta las relaciones con la ciencia, la tecnología, la sociedad y el medio ambiente en las condiciones de la Revolución cubana” (Cuba. Ministerio de Educación, 2012b, p. 2)

Para contribuir al logro de este objetivo, el programa de la disciplina Análisis Matemático, para el plan de estudio D Plantea:

...que esta debe coadyuvar a la formación integral y profesional de los estudiantes, en especial, al desarrollo de un modo de actuación profesional pedagógico a través de las diferentes formas organizativas del proceso educativo, al sistematizar y profundizar los contenidos esenciales de la matemática escolar, y en particular, los relativos al límite, la continuidad, la derivación y la integración de funciones reales de una variable real y la resolución de los diferentes tipos de ecuaciones, y vincular la Matemática con la vida y otras disciplinas, en particular, con la Física. (Cuba. Ministerio de Educación, 2012a, p. 1)

La importancia del estudio de las funciones reales de una variable real en los currículos escolares es incuestionable, consideramos que es uno de los conceptos más importantes del nivel de enseñanza Media Superior y Superior, ya que las relaciones funcionales son precisamente una manifestación cuantitativa de la relación causa-efecto en los fenómenos, por lo que son de gran importancia en el

estudio de la naturaleza. Por lo tanto, es necesario profundizar en los procedimientos para su enseñanza, ya que existen insuficiencias que lastran el aprendizaje de estos contenidos.

Fundamentos teóricos que sustentan el procedimiento didáctico para un aprendizaje desarrollador de las funciones reales de una variable real en el proceso de enseñanza aprendizaje de la disciplina Análisis Matemático

El conocimiento matemático es producto de la interacción social y un componente de la cultura de la humanidad. Por tanto, el aprendizaje de los contenidos matemáticos, y en particular, de las funciones reales de una variable real es un proceso arduo y complejo, que no es una mera suma de conceptos y procedimientos, sino un proceso de análisis y síntesis, de inducción y deducción, que va de lo particular a lo general y viceversa.

El desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje se sustenta en el principio fundamental de la dialéctica, que plantea que todo está sometido a un proceso de cambio, movimiento y desarrollo, esto requiere de transformaciones en el enfoque metodológico, ellas “están en la presentación y tratamiento de los nuevos contenidos a partir del planteamiento y solución de problemas prácticos que no pueden seguir empleándose solamente como las nuevas situaciones” (Amat y Cruz, 2013, p. 2).

Tener en cuenta la realidad concreta en que tendrá lugar la adquisición de los conocimientos, a partir de un diagnóstico integral para alcanzar determinados objetivos, contribuye a la selección adecuada de las actividades docentes, los métodos y los procedimientos a utilizar; permite contribuir a la formación de valores, pues se parte de una concepción donde el estudiante es el centro del proceso, que vive en un momento histórico concreto y que su desarrollo transcurre en un tipo específico de relaciones sociales.

Lo anterior se corresponde con lo planteado por el materialismo dialéctico en su interpretación de la verdad, cuando se plantea que la posibilidad de acceder al conocimiento verdadero depende, entre otros aspectos, del nivel de profundidad de los conocimientos precedentes y de los medios y vías para lograrlos.

La educación constituye una de las funciones más importantes de la sociedad, no se hubiese conocido la historia del desarrollo humano si no existiera una transmisión de experiencias anteriores a las nuevas generaciones, por tanto, a partir de los conocimientos adquiridos se continúa el desarrollo cultural de la sociedad.

La tarea principal de la educación consiste en transformar lo socialmente significativo en significados personales, estriba en manifestar lo general mediante lo individual. La educación ha de comunicar la experiencia histórico-social acumulada, relacionándola con la experiencia de los estudiantes, y en correspondencia, utilizar métodos y procedimientos que permitan la formación y desarrollo de conocimientos, destrezas, capacidad creadora, actitudes y normas de conductas acordes con la sociedad en que se vive.

En el proceso docente educativo se debe promover con mayor énfasis el desarrollo de la personalidad, donde la enseñanza guíe el desarrollo, proporcionándoles a los estudiantes conocimientos que les permitan tener una mayor y mejor comprensión del mundo.

El procedimiento didáctico que se describe en este artículo se sustenta, desde el punto de vista psicológico, en el enfoque histórico cultural que tiene sus fundamentos en los aportes realizados por L. S. Vigotsky a la psicología, con su carácter dialéctico dentro de las teorías cognitivas que centran su atención en la posibilidad del desarrollo integral de la personalidad.

Para Vigotsky (1996) el aprendizaje es una actividad social y no solo un proceso de realización individual, una actividad de producción y reproducción del conocimiento, mediante la cual el sujeto asimila los modos sociales de actividad y de interacción. Esta concepción de aprendizaje pone en el centro de atención al sujeto activo, consciente, orientado hacia un objetivo, su interacción con otros sujetos, sus acciones con el objeto, con la utilización de diversos medios en condiciones sociohistóricas determinadas.

Este autor señala que para conocer las posibilidades del aprendizaje de los estudiantes es necesario conocer sus capacidades reales y sus posibilidades para aprender con ayuda de otras personas. La diferencia entre estos dos aspectos la denomina “Zona de Desarrollo Próximo” (ZDP) que se define como la distancia entre el nivel real de desarrollo determinado por la capacidad de resolver un problema y el nivel de desarrollo potencial, determinado a través de la resolución de un problema bajo la guía de un adulto o en colaboración con otro compañero más capaz. La ZDP es aquella en la que tiene lugar el aprendizaje y, para que este ocurra, tiene que existir un conocimiento precedente que sirve de base al conocimiento nuevo.

La concepción de ZDP permite la comprensión de la necesidad de tener en cuenta las características de los estudiantes, sus potencialidades, insuficiencias y necesidades para poder dirigir el proceso de enseñanza-aprendizaje de la disciplina Análisis Matemático e implementar actividades cognitivas que propicien la comunicación del pensamiento y favorezcan una estrecha relación de lo aprendido con lo que falta por aprender; promover el debate abierto de los temas, el trabajo en grupos, la reflexión y la toma de posición ante cualquier situación docente, estimulando la indagación y protegiendo la divergencia de puntos de vistas.

Por tanto, la relación actividad-comunicación tiene que lograr que el estudiante le dé un sentido significativamente psicológico al contenido, proporcionando su desarrollo, de ahí la necesidad de potenciar en las clases de Análisis Matemático las relaciones de comunicación dentro del grupo, para desarrollar el autoconocimiento, el compromiso y la responsabilidad de cada estudiante frente al colectivo.

Partiendo de los referentes teóricos vigotskianos, coincidimos con lo planteado por un grupo de especialistas del Centro de Estudios Educativos de la Universidad de Ciencias Pedagógicas Enrique José Varona, al expresar que la “educación

desarrolladora es la que conduce al desarrollo, va delante del mismo, guiando, orientando, estimulando. Es también aquella que tiene en cuenta el desarrollo actual para ampliar continuamente los límites de la zona de desarrollo próximo o potencial, y por lo tanto, los progresivos niveles de desarrollo del sujeto” (Castellanos y otros, 2002, p. 33).

En esta definición se evidencia el necesario cambio del tradicional rol del profesor y del estudiante. El profesor debe asumir la dirección del proceso como orientador, como facilitador, como guía no solo de la instrucción, sino también de la educación, realizando una dirección integral del proceso educativo, debe facilitar al estudiante las herramientas que le permitan, mediante su esfuerzo personal y en interacción con los demás, alcanzar nuevas metas. El estudiante debe ser el centro del proceso, debe asumir un rol protagónico y ser responsable en condiciones favorables de aprendizaje, de la solución de tareas que satisfagan sus necesidades, en un marco de socialización y cooperación que le permita autorrealizarse y experimentar cambios duraderos en su actitud, actuación y pensamiento.

La esencia del proceso de enseñanza aprendizaje está determinada por la participación en las experiencias, significados y estrategias que aportan profesores y estudiantes, no se puede dejar de considerar las características personales. El éxito de este proceso y su carácter motivante, desarrollador y transformador no está solo en los objetivos y en los contenidos, sino además, en los métodos y procedimientos de enseñanza y aprendizaje que se utilicen.

Los procedimientos son entendidos como aquellos que complementan los métodos de enseñanza, constituyen herramientas didácticas que le permiten al docente instrumentar el logro de los objetivos mediante la ejecución de actividades a partir del contenido, orientar y dirigir la actividad del alumno en la clase y en el estudio, Silvestre y Zilberstein, (2002).

Los procedimientos didácticos desarrolladores se definen como las acciones sistematizadas del docente que complementan de manera esencial a los métodos de enseñanza aprendizaje para un desarrollo integral del estudiante.

Por lo que asumimos la definición de Silvestre y Zilberstein (2000) que plantea que los procedimientos didácticos son complementos de los métodos de enseñanza, constituyen herramientas que le permiten al docente orientar y dirigir la actividad del alumno en colectivo, de modo tal que la influencia de los otros propicie el desarrollo individual estimulando el pensamiento lógico y la independencia cognoscitiva, motivándolo a pensar en un clima favorable de aprendizaje.

Procedimiento didáctico para un aprendizaje desarrollador de las funciones reales de una variable real

La observación sistemática al proceso de enseñanza-aprendizaje de la disciplina, en general, y de la Matemática, en particular, así como la experiencia de las autoras en la docencia permitieron identificar que la mayoría de los estudiantes no dominan la representación gráfica y las propiedades de las funciones reales de una variable real, presentan insuficiencias para identificar estos conceptos, lo que

implica que en la resolución de ejercicios algunos estudiantes solo alcancen el nivel reproductivo.

Para solucionar estas insuficiencias diseñamos y aplicamos un procedimiento didáctico para favorecer el aprendizaje de las funciones reales de una variable real dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje de la disciplina Análisis Matemático, con el objetivo de orientar didácticamente a los estudiantes acerca del proceder para lograr el aprendizaje de las funciones reales de una variable real.

El procedimiento didáctico está conformado por acciones a realizar por el profesor y el estudiante, las que permiten organizar y ejercitar el contenido sobre funciones reales de una variable real.

Características:

- Procedimiento general, aplicable al aprendizaje de cualquier tipo de función real de variable real (elemental o no elemental).
- Permite lograr la adquisición de conocimientos y habilidades requeridos para un aprendizaje duradero, potenciando el tránsito progresivo de la dependencia a la independencia y a la autorregulación, con lo que se promueve un desarrollo integral de la personalidad.
- Permite efectuar el control del trabajo realizado, identificando los errores, sus causas y cómo eliminarlos con un adecuado uso de la crítica y la autocrítica.
- Estimula el trabajo ordenado que refleje un uso correcto de la lengua materna y de la terminología y simbología matemática, a través del trabajo sistemático e intensivo en la resolución de ejercicios de diferentes tipos.
- Facilita el trabajo individual y colectivo, se mejoran las relaciones profesor-estudiante y estudiante-estudiante sobre la base del respeto, lo cual posibilita, con la colaboración de todos, cumplir el objetivo propuesto.

Acciones a realizar por el profesor:

- Diagnosticar el estado del aprendizaje de las funciones reales de una variable real en cada estudiante y en el grupo.
- Motivar a los estudiantes al estudio de las funciones reales de una variable real.
- Orientar la consulta de diversas fuentes bibliográficas que recogen los contenidos relacionados con las funciones reales de una variable real.
- Guiar a los estudiantes en la selección de la bibliografía, en correspondencia con el diagnóstico del grupo y de cada estudiante.
- Ordenar el sistema de contenidos, atendiendo a los diferentes tipos de clases, en correspondencia con el diagnóstico.
- Orientar la toma de posición al analizar los contenidos de funciones reales de una variable real tratados por los diferentes autores.

- Desarrollar reflexiones que permitan, a partir de las experiencias previas del estudiante, se integre el nuevo contenido, lo que potencia el establecimiento de relaciones e incrementa las posibilidades de que el aprendizaje sea duradero.
- Planificar una ejercitación variada, donde se presenten ejercicios por niveles de desempeño cognitivo, ejercicios integradores, ejercicios de formato diverso, ejercicios de aplicación, fundamentalmente de aplicaciones físicas.
- Orientar la autoevaluación y la coevaluación de los estudiantes durante la realización de las diferentes actividades.
- Evaluar el aprendizaje a partir del desempeño de los estudiantes.
- Valorar la actuación de cada estudiante, respetando los juicios y criterios emitidos. Se debe propiciar un clima favorable para el aprendizaje.
- Relacionar lo aprendido con la futura profesión.
- Utilizar diversas vías para graficar funciones y analizar sus propiedades.

Acciones a realizar por los estudiantes:

- Localizar la bibliografía orientada sobre funciones reales de una variable real.
- Relacionar el contenido sobre funciones reales de una variable real con lo aprendido en la enseñanza media y en la disciplina Fundamentos de la Matemática Escolar.
- Analizar las diferentes definiciones del concepto función y de sus propiedades.
- Comparar las diferentes definiciones del concepto función.
- Valorar la definición que considere más completa.
- Socializar lo aprendido, mostrando su dominio del contenido sobre funciones reales de una variable real.
- Poner en práctica lo aprendido sobre funciones reales de una variable real al resolver ejercicios por niveles de desempeño cognitivo, ejercicios integradores, ejercicios de formato diverso, ejercicios de aplicación, fundamentalmente, de aplicaciones físicas.
- Autoevaluarse y evaluar a sus compañeros, demostrando, a través de sus valoraciones la honradez y justeza de sus criterios.
- Graficar funciones utilizando diferentes vías.
- Analizar las propiedades de las funciones reales de una variable real, tanto gráfica como analíticamente.
- Relacionar lo aprendido sobre funciones reales de una variable real al realizar sus actividades laborales e investigativas.

A manera de ideas finales consideramos que el contenido de las funciones reales de una variable real es fundamental dentro de la matemática en las Educaciones Media y Superior, por sus múltiples aplicaciones en disímiles problemas de la sociedad y constituir la base para el estudio de los contenidos de la disciplina Análisis Matemático.

El proceso de enseñanza-aprendizaje de la disciplina Análisis Matemático solo se puede entender si su estudio se realiza desde la integración de referentes filosóficos, sociológicos, psicológicos, pedagógicos y didácticos, pues se enmarcan en las tendencias actuales que persiguen la participación activa y consciente de los estudiantes en un proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador.

El procedimiento didáctico es aplicable al aprendizaje de cualquier tipo de función real de una variable real, potencia el tránsito progresivo de la dependencia a la independencia y a la autorregulación, favorece el aprendizaje de este contenido y eleva la eficiencia del proceso de enseñanza-aprendizaje de la disciplina Análisis Matemático.

REFERENCIAS

- Amat, M. y Cruz, D. (2013). Desarrollo del pensamiento relacional a través de la resolución de problemas matemáticos en la Secundaria Básica. *Opuntia Brava*, 5 (3). Recuperado de <http://opuntiabrava.rimed.cu>
- Castellanos, D y otros. (2002). *Aprender y enseñar en la escuela: una concepción desarrolladora*. La Habana: Pueblo y Educación.
- Cuba. (2012a). *Programa de la disciplina Análisis Matemático, Licenciatura en Educación especialidad Matemática-Física*. La Habana: Soporte digital. Ministerio de Educación.
- Cuba. Ministerio de Educación. (2012b). *Modelo del profesional. Carrera Matemática- Física*. La Habana. Soporte digital.
- Partido Comunista de Cuba. (2011). *Lineamientos de la política Económica y Social de Partido y la Revolución*. La Habana: Editora Política.