

Estrategia didáctica para la atención a la diversidad de estudiantes en la clase de Matemática

Didactic strategy for the attention to the diversity of students in the mathematics class

Generoso Antonio Báez Aldana¹ (generosoba@gr.rimed.cu) (<http://orcid.org/0000-0001-7064-8038>)

José Luis Lissabet Rivero² (jlissabetr@udg.co.cu) (<http://orcid.org/0000-0003-3095-4924>)

Resumen

El proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática en el nivel educativo preuniversitario debe transformarse de modo que se atiendan las carencias y potencialidades de los estudiantes sobre la base de un diagnóstico individualizado, se potencie el protagonismo de los estudiantes para resolver los ejercicios y problemas en la sistematización del contenido matemático y se aplique en la práctica educativa acciones didácticas y metodológicas para perfeccionar los métodos de enseñar y aprender en la clase. Con la estrategia didáctica propuesta se logró resolver el problema de la atención diferenciada de los estudiantes por grupos cognitivos, conduciendo a los estudiantes en el proceso de enseñanza de la dependencia a la independencia cognoscitiva y a la aplicación de los conocimientos en la resolución de ejercicios y problemas matemáticos. El artículo tiene como objetivo presentar los resultados obtenidos de la aplicación en la práctica educativa de la Estrategia de atención a la diversidad de estudiantes en la sistematización del contenido matemático en el duodécimo grado del nivel educativo preuniversitario, recurriendo a la observación a clases y el pre-experimento pedagógico como métodos de investigación científica para corroborar los resultados.

Palabras claves: atención diferenciada, diagnóstico, sistematización, estrategia didáctica.

Abstract

The teaching-learning process of Mathematics at the pre-university educational level should be transformed so that the deficiencies and potentialities of students are addressed on the basis of an individualized diagnosis, the students' protagonism is enhanced to solve exercises and problems in the systematization of mathematical content and didactic and methodological actions are applied in the educational practice to improve the methods of teaching and learning in the classroom. With the proposed didactic strategy, it was possible to solve the problem of differentiated attention of students by cognitive groups, leading students in the teaching process from dependence

¹ Licenciado en Educación en la especialidad de Matemática. Profesor Asistente. Dirección Municipal de Educación. Manzanillo. Granma. Cuba.

² Licenciado en Educación en la especialidad de Matemática. Profesor Titular. Facultad de Educación Básica. Universidad de Granma. Cuba.

to cognitive independence and to the application of knowledge in the solution of mathematical exercises and problems. The article aims to present the results obtained from the application in educational practice of the Strategy of attention to the diversity of students in the systematization of mathematical content in the twelfth grade of the pre-university educational level, using classroom observation and pedagogical pre-experiment as methods of scientific research to corroborate the results.

Key words: differentiated attention, diagnosis, systematization, didactic strategy.

La atención a la diversidad de estudiantes desde la clase

El desarrollo científico técnico alcanzado y la práctica social confirman en los últimos años el valor que reviste el perfeccionamiento del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática en todos los niveles del Sistema Nacional de Educación. La educación cubana responde a las demandas que emergen a escala internacional y al mismo tiempo se adecua a la realidad existente en el contexto nacional y a los problemas propios de los territorios, las escuelas, las familias y todos los agentes participantes en el proceso pedagógico.

Desde esta perspectiva, se necesita situar al estudiante como actor principal del proceso de enseñanza-aprendizaje y desplegar un conjunto de acciones de manera que pueda desarrollar individualmente sus conocimientos, habilidades y capacidades y posteriormente en el grupo socializar sus experiencias vivenciales, los modos de actuación y relaciones interpersonales para contribuir al desarrollo de su personalidad.

Por ello es necesario transformar el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática de manera que en el nivel educativo se proyecte la atención diferenciada de los estudiantes sobre la base de las carencias y potencialidades, provocando el tránsito gradual de la dependencia cognoscitiva a la independencia y la aplicación de los conocimientos para resolver ejercicios y problemas de la práctica social.

Atender la diversidad de estudiantes en la sistematización del contenido matemático en el preuniversitario es la vía de enseñanza que se necesita en los momentos actuales para que todos los estudiantes aprendan, sobre la base de las carencias y potencialidades cognitivas donde el profesor conozca las características de cada estudiante, cómo aprende, cómo interactúa con sus compañeros, además conocer que sabe hacer y que no sabe hacer con los conocimientos y las habilidades, las causas que lo producen; los conceptos, relaciones y procedimientos básicos, cómo los aplican y qué procesos cognitivos requieren, para de esta forma utilizar adecuadas estrategias didácticas para su tratamiento.

Según García (2010), al referirse al proceso de sistematización plantea,

...el estudio de esta problemática ha permitido precisar que en el aprendizaje persisten problemas para lograr la integración y la organización sistémica de los contenidos, la comprensión matemática, el desarrollo de las habilidades y capacidades cognitivas, el desarrollo de la actuación y la confianza en sí mismos, deviniendo en causas del por qué los egresados no siempre enfrentan exitosamente los exámenes de ingreso de Matemática a la Educación Superior. (p. 76)

Las afirmaciones anteriores parten de los postulados desarrollados por Vygotsky (1988), retomados por Bermúdez (2004) relacionados con la ley de la doble formación de los procesos psíquicos superiores y el concepto de zona de desarrollo próximo, los que, a criterio del autor, adquieren en el momento actual una vigencia total y sirven de base para la ejecución del proceso de atención a la diversidad en la sistematización del contenido matemático.

Derivado de esta ley se define el concepto de Zona de Desarrollo Próximo (ZDP), entendiéndose como:

...la distancia entre el nivel de desarrollo actual que se determina con ayuda de tareas que se solucionan de manera independiente y el nivel de desarrollo posible, que se solucionan bajo la dirección de los adultos y también en colaboración con los educandos más capaz. (Vygotsky, 1982, p. 178)

El profesor tiene que identificar dos estadios del desarrollo del estudiante: el actual, todo lo que es capaz de hacer por sí solo, (a partir del diagnóstico) y el potencial, todo lo que capaz de hacer, pero con del otro la ayuda.

El diagnóstico según Álvarez (2014, p. 21) es:

... un proceso continuo, que se realiza mediante la observación a los alumnos en todas las actividades, la revisión de sus libretas y cuadernos, la realización de repasos y consultas, la entrevista a los alumnos y las personas de su entorno familiar para profundizar no sólo en lo que saben, sino también en sus intereses, estilo motivacional, disposición hacia el aprendizaje, la forma en que aprenden, el conocimiento de sí mismo y de su aprendizaje en determinadas áreas, el control que ejercen para saber si están comprendiendo o procediendo correctamente en la solución de una tarea, sus estrategias de aprendizaje, las relaciones con el medio familiar, social y natural y las orientaciones valorativas a las que se subordinan sus actitudes y conductas.

El concepto de diversidad, según Castellano y otros (2002, p. 71), "...son aquellas condiciones de disparidad o diversidad que pueden obstaculizar, o favorecer, de manera significativa el logro de los objetivos del aprendizaje desarrollador "y posteriormente señala... Las diferencias individuales (o la variabilidad interindividual) dan lugar a la diversidad en las aulas escolares".

La atención a la diversidad es cualquier acción educativa planteada metódicamente para todos los estudiantes que presentan diferencias individuales o grupales relacionadas con los resultados formativos, con el objetivo de asegurar la igualdad en el sistema educacional (Araque y Barrios, 2010).

Atención a la diversidad es aquella que garantiza una atención diferenciada y personalizada, como respuesta a las necesidades educativas de cada sujeto, grupo y/o segmento poblacional. Es la que asegura las condiciones y los medios, para que todos aprendan y se desarrollen con pertinencia y equidad, facilitando a cada uno, por diferentes vías, la posibilidad de alcanzar los objetivos más generales que plantea el sistema educativo para el nivel por el que transita y acorde con sus especificidades individuales (Rivero y Cuenca, 2005).

La atención a la diversidad (Paz, 2018) consiste en poner en práctica un modelo educativo que ofrezca a cada estudiante la ayuda pedagógica necesaria para lograr el desarrollo de capacidades, habilidades, intereses y motivaciones en los procesos de aprendizaje, Estos autores abordan el concepto de diversidad como las diferencias individuales o grupales de los escolares a los cuales hay que brindar la ayuda pedagógica en el proceso de enseñanza-aprendizaje, sin embargo, no explican cómo hacerlo y a través de que vías se puede acceder para lograr un aprendizaje desarrollador.

Los autores de este artículo consideran que la atención a la diversidad de estudiantes es el proceso donde el docente brinda niveles de ayuda al estudiante para dar respuesta a sus necesidades individuales, por presentar condiciones de disparidad o diversidad que obstaculizan o favorecen, de manera significativa, el logro de un aprendizaje desarrollador; toma como punto de partida el diagnóstico individual y grupal, a partir del cual se estructura metodológicamente el contenido de la enseñanza y es activada la zona de desarrollo potencial a través de la ejercitación del contenido, permitiendo el progreso de aquellos que presentan mayores dificultades en el aprendizaje y continuar ampliando la zona de desarrollo próximo de los estudiantes que manifiestan mayores logros.

Álvarez (2014, p. 18), refiriendo a Ballester (1995) señala que:

...sistematizar es la acción y el efecto de organizar algo según un sistema, implica establecer en el contenido nexos y relaciones de precedencia y consecuencia para ordenarlo y estructurarlo, comprender analogías y diferencias, interiorizar cómo se reducen a casos particulares o se generalizan los objetos y procesos al variar ciertas condiciones y apreciar las ventajas de resolver una tarea por una u otra vía.

Los autores del artículo comparten el concepto de sistematización dado por Álvarez (2014, p. 18), como

...un proceso dialéctico, interno, que ocurre en el estudiante, a punto de partida de sus motivaciones, intereses, niveles de construcción alcanzados, conocimientos, habilidades y experiencias previas, en el que se forman y consolidan de manera sistémica y sistemática, conocimientos, habilidades y valores, mediante la transferencia, generalización y aplicación funcional del contenido, donde el profesor es el principal mediador.

La sistematización del contenido matemático en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática se logra mediante la utilización de los ejercicios y problemas como vía para aplicar los conocimientos y las habilidades.

Según Jiménez (2013, p.17), "ejercicio en la enseñanza-aprendizaje de la Matemática es aquella exigencia para actuar donde la vía de solución es conocida por el estudiante".

Un problema, según Jiménez (2013, p.17), es:

...aquella exigencia para actuar donde la vía de solución es desconocida por el estudiante, este posee los saberes relativos a la exigencia o es capaz de construirlos, a partir de la situación inicial, para resolverlo y está motivado para ello.

En el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática se debe estructurar el contenido para sistematizar y ejercitar de forma efectiva el conocimiento, las habilidades y las capacidades de los estudiantes interactuando con los niveles de desempeño cognitivos.

Los niveles de desempeño cognitivo

Los niveles de desempeño cognitivo, según Puig (2003) es el grado de complejidad con que se miden los conocimientos y las habilidades de los estudiantes y se expresan:

- Primer nivel: conocimientos y el desarrollo de habilidades que conforman la base para utilizar las operaciones básicas de carácter instrumental de la Matemática que permiten reconocer, describir e interpretar conceptos y propiedades esenciales en los que se sustenta su comprensión.
- Segundo nivel: conocimientos y el desarrollo de habilidades que conforman la base para utilizar las operaciones básicas de carácter instrumental y reflexionar sobre sus relaciones para aplicar estructuras matemáticas a la resolución de problemas rutinarios.
- Tercer nivel: conocimientos y el desarrollo de habilidades que conforman la base para utilizar las operaciones básicas de carácter instrumental para reconocer y contextualizar la situación problemática, identificar componentes e interrelaciones para establecer las estrategias de solución de problemas empleando razonamientos y planes de solución no rutinarios.

En la práctica pedagógica se utilizan los niveles de desempeño cognitivo para la atención a la diversidad de estudiantes en la sistematización del contenido matemático mediante acciones didácticas planificadas, organizadas, implementadas y evaluadas en la estrategia didáctica.

Los autores del artículo atendiendo los niveles cognitivos dados por Puig (2003), definen como grupos cognitivos la estructuración de conocimientos y habilidades logradas en los estudiantes para resolver el sistema de ejercicios y problemas matemáticos:

- Grupo cognitivo alto: estudiantes que pueden resolver con rapidez y precisión los ejercicios y problemas matemáticos y no necesitan ayuda del profesor.
- Grupo cognitivo medio: estudiantes que pueden resolver los ejercicios y problemas matemáticos hasta un nivel en que se le dificulta y necesita la ayuda del profesor o alumno más capaz para aplicar conceptos, relaciones y procedimientos.

- Grupo cognitivo bajo: estudiantes que no pueden resolver solos los ejercicios y problemas matemáticos y necesita la ayuda del profesor o alumno más capaz para aplicar los conceptos, relaciones y procedimientos.

Materiales y métodos

El estudio desarrollado se fundamenta en un diseño experimental de tipo prospectivo, transeccional, observacional y descriptivo desde un enfoque cuanti-cualitativo (Pérez, 2007), el que pretende resignificar y comprender las realidades sociales desde las percepciones, sentidos y significados que tienen para los sujetos la apropiación de los conocimientos matemáticos y su aplicación a la resolución de ejercicios y problemas por los estudiantes.

La población objeto de estudio la constituyeron los 139 estudiantes de duodécimo grado y 12 docentes de la asignatura Matemática del IPU Micaela Riera Oquendo, en el municipio Manzanillo, en el curso escolar 2018-2019.

La muestra es de 44 estudiantes de dos de sus grupos, lo que representa un 31,6 % del total, así como ocho docentes de la asignatura Matemática, seleccionados aleatoriamente.

Es estudio requirió desde el punto de vista instrumental de dos aproximaciones, una primera de carácter intensivo, estudiando el proceso y los resultados de la apropiación de los conocimientos matemáticos y su aplicación a la resolución de ejercicios y problemas por los estudiantes; y en una segunda aproximación estudiando el desarrollo de las habilidades, en ambos casos utilizando las pruebas pedagógicas (ver anexos 1 y 2).

En la investigación se realizó un experimento pedagógico, en su variante de pre-experimento con pre-test y post-test con el objetivo de comprobar en los estudiantes la aplicación de los conocimientos a la solución de ejercicios y problemas matemáticos, así como el nivel de desarrollo de las habilidades para sistematizar el contenido.

Las variables objeto de estudio fueron: aplicación de conocimientos a la solución de ejercicios con texto matemático y aplicación de conocimientos a la solución de problemas matemáticos.

El procesamiento de la información se realizó a través de análisis inferencial, el contraste de las hipótesis estadísticas fue realizado a través de la prueba de los Rangos con signos de Wilcoxon con un nivel de significación del 5%. Fue empleada como herramienta de análisis de la información al paquete estadístico SPSS 22.0 para Windows.

Resultados de la aplicación de conocimientos a la solución de ejercicios y problemas matemáticos

En la tabla 1 de la aplicación de conocimientos a la solución de ejercicios y problemas matemáticos, antes y después de aplicada la Estrategia didáctica.

Con la aplicación del pre-test se pudo comprobar:

- La aplicación de los conocimientos por los estudiantes para resolver los ejercicios con textos matemáticos y la solución de problemas se logra a un nivel bajo (38,6%), a nivel medio (45,4%) y solo un 15,9 % a un nivel alto.

Con la aplicación del post-test se pudo comprobar:

- Se logra una mayor aplicación de los conocimientos a la resolución de ejercicios con textos matemáticos y a la solución de problemas Bajo (20%), Medio (50%) y Alto (29,5%).

Al aplicar la prueba estadística de los rangos con signo de Wilcoxon a los datos de la tabla 1 el resultado obtenido es de significación estadística, es decir, hay evidencias suficientes, para plantear, con un nivel de confiabilidad del 99 %, que la hipótesis nula es rechazada, es decir, existen diferencias entre los resultados obtenidos en el nivel de aplicación de conocimientos a la solución de ejercicios y problemas matemáticos, después de aplicada la Estrategia didáctica, a favor de las categorías Medio y Alto.

En los ejercicios con textos matemáticos se presentan las mayores dificultades en el formato diverso, en la aplicación de los conocimientos para resolver inecuaciones exponenciales (39%), en relacionar gráficos con propiedades (36%), en demostrar la semejanza de triángulos y el cálculo de áreas un (66,6%) y el cálculo del volumen de cuerpo (61%), siendo la causa fundamental el poco dominio de los estudiantes sobre la base teórica de la Matemática.

En los problemas matemáticos las mayores dificultades aparecen en la traducción del lenguaje común al algebraico (69,4%), propios de una incorrecta interpretación matemática impidiendo modelar las ecuaciones y resolver el sistema de ecuaciones lineales (2x2).

Tabla 1 Distribución de frecuencias del nivel inicial de la aplicación de conocimientos a la solución de ejercicios y problemas matemáticos, antes y después de aplicada la Estrategia didáctica, según las categorías ALTO, MEDIO y BAJO.

DIMENSIONES	CATEGORÍAS					
	Prueba pedagógica			Prueba pedagógica		
	inicial			final		
	ALTO	MEDIO	BAJO	ALTO	MEDIO	BAJO
Aplicación de conocimientos a la solución de ejercicios con texto matemático.	8	22	14	14	24	6
Aplicación de conocimientos a la solución de problemas matemáticos.	6	18	20	12	20	12
TOTAL	7	20	17	13	22	9

FUENTE: pruebas pedagógicas

Resultados del nivel final de desarrollo de las habilidades en la asignatura Matemática

En el nivel inicial de desarrollo de las habilidades matemáticas alcanzado por los estudiantes en la solución de ejercicios y problemas matemáticos (Tabla 2) presentan limitaciones evidenciadas en:

- Las habilidades se encuentran en un nivel Bajo, 17 estudiantes (38,6 %), 20 estudiantes (45,5 %), se ubicaron en un nivel Medio y solo siete estudiantes (15,9 %), se ubicaron en la categoría Alto.
- Se observó poco dominio de la base teórica, repercutiendo negativamente en la transferencia, rapidez, flexibilidad e independencia cognoscitiva de los estudiantes.
- Mayor actividad del profesor en los niveles de ayuda para lograr que los estudiantes puedan resolver los ejercicios y problemas matemáticos.

En el nivel final de desarrollo de las habilidades matemáticas alcanzado por los estudiantes en la solución de ejercicios y problemas presentan limitaciones evidenciadas en:

- Las habilidades se encuentran en un nivel Bajo Seis estudiantes, que representan el 13,6 %, 25 estudiantes, que representan el 56,8 %, se ubicaron en un nivel Medio y 13 estudiantes, que representan el 29,5 %, se ubicaron en la categoría Alto.
- Se observó mayor dominio de la base teórica, repercutiendo positivamente en la transferencia, rapidez, flexibilidad e independencia cognoscitiva de los estudiantes.
- Menor actividad del profesor en los niveles de ayuda para lograr que los estudiantes resuelvan independientemente los ejercicios y problemas matemáticos.

Al aplicar la prueba estadística de los rangos con signo de Wilcoxon a los datos de la tabla 2 el resultado obtenido es de significación estadística, es decir, el resultado es de significación estadística, es decir, hay evidencias suficientes, para plantear, con un nivel de confiabilidad del 99 %, que la hipótesis nula es rechazada, es decir, existen diferencias entre los resultados obtenidos en el nivel de desarrollo de habilidades en la asignatura, después de aplicada la Estrategia didáctica, a favor de las categorías Medio y Alto.

Tabla 2 Distribución de frecuencias del nivel final de desarrollo de las habilidades en la asignatura Matemática, después de aplicada la Estrategia didáctica, según las categorías ALTO, MEDIO y BAJO.

DIMENSIONES	CATEGORÍAS					
	ALTO	MEDIO	BAJO	ALTO	MEDIO	BAJO
Rapidez	6	20	18	12	24	8
Transferencia	8	22	14	14	26	4
Flexibilidad	6	16	22	11	25	8
Independencia	8	22	14	14	26	4
TOTAL	7	20	17	13	25	6

FUENTE: prueba pedagógica

En la dimensión rapidez se logró un avance en el tiempo promedio para resolver los ejercicios y problemas matemáticos de 18 a ocho estudiantes que sobrepasaron el tiempo promedio.

En la dimensión transferencia de los conocimientos matemáticos se logró que 14 estudiantes resolvieran con éxito los ejercicios y problemas matemáticos y 26 lograron resolver, pero con algún error los conceptos, relaciones y procedimientos y solo cuatro no pudieron resolver el 60 % de los objetivos que se evaluaron.

En la dimensión flexibilidad se logró que los estudiantes (30) buscaran nuevas vías para resolver los ejercicios y problemas matemáticos.

En la dimensión independencia se logró que 40 estudiantes resolvieran los ejercicios y problemas matemáticos sin ayuda externa y que solo cuatro se le apoyara para resolver los ejercicios y problemas.

Consideraciones finales

Los resultados obtenidos a través de la variante experimental permiten concluir que, con la aplicación parcial en la práctica educativa de la Estrategia didáctica, se favoreció la atención a la diversidad de estudiantes en la sistematización del contenido matemático, lo que se manifestó en que:

- El profesor brindó niveles de ayuda al estudiante para dar respuesta a sus necesidades individuales permitiendo el progreso de aquellos que presentan mayores dificultades en el aprendizaje y ampliar la zona de desarrollo próximo de los que manifiestan mayores logros.
- La ejercitación de los conocimientos matemáticos se estructuró de forma tal que los ejercicios y problemas propuestos en las clases permitan dar respuesta a las necesidades individuales de los estudiantes.

- Se logró la independencia cognoscitiva por los estudiantes, en la solución de ejercicios y problemas matemáticos.
- Se logró el tránsito de los estudiantes por los niveles de desempeño cognitivo, demostrando la efectividad en la aplicación de la Estrategia didáctica.

Referencias

- Álvarez, M. (2014). *El proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática. Documentos metodológicos*. La Habana: Pueblo y Educación.
- Araque, N. y Barrios, J. (2010). Atención a la diversidad y desarrollo de los procesos inclusivos. *Revista de Educación inclusiva*, 14(8), 32-47.
- Bermúdez, R. (2004). *Aprendizaje formativo y crecimiento personal*. La Habana: Pueblo y Educación.
- Castellanos, D. y otros (2002). *Aprender y enseñar en la escuela*. La Habana: Pueblo y Educación.
- Fernández, B. (2013). *Didáctica de la educación media. Una aproximación*. La Habana: Pueblo y Educación.
- García, E. (2010). *Metodología para la preparación de la asignatura de Matemática con la utilización de videoclases* (tesis de maestría inédita). La Habana.
- Jiménez, M. (2013). *Enfoque desarrollador en la enseñanza-aprendizaje de la Matemática*: La Habana: Pueblo y Educación.
- Paz, E. (2018). La formación del profesor universitario para la atención a la diversidad en la Educación Superior. *Revista Latinoamericana de inclusión educativa*, 11(16), 36-51.
- Pérez, G. (2007). *Investigación cualitativa*. Madrid, España: La Muralla.
- Puig, S. (2003). *Una aproximación a los niveles cognitivos de los alumnos*. La Habana: ICCP.
- Rivero, M. (2014). *Atención a la diversidad en la formación de profesionales de la educación*. La Habana: Félix Varela.
- Vygotsky, L. (1982). *Historia de las funciones psíquicas superiores*. La Habana: Pueblo y Educación.

Anexo 1 Prueba pedagógica inicial

Objetivo: constatar el nivel inicial de la aplicación de conocimientos a la solución de ejercicios y problemas matemáticos.

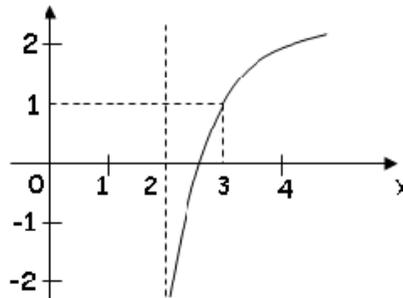
1.1. Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas o falsas. Escribe (V o F) en la línea dada. Justifica las que sean falsas.

- a) La correspondencia definida de $\mathbf{R} \rightarrow \mathbf{Z}$ donde a cada número real x se le hace corresponder su opuesto es una función.
- b) Si r_1 y r_2 son dos rectas paralelas, entonces sus pendientes son iguales.
- c) Si $x \in \mathbf{R}$ y $x > 0$, entonces $\log_8 x = \frac{1}{3} \log_2 x$.
- d) La operación de radicación siempre se puede realizar en el conjunto de los números reales.

1.2. Selecciona la respuesta correcta y márcala con una cruz en la línea dada.

1.2.1. El gráfico que se muestra corresponde a la ecuación

- a) $y = \log_{\frac{1}{3}}(x-2) + 1$.
- b) $y = \log_3(x-2) + 1$.
- c) $y = \log_{\frac{1}{3}}(x+1) - 2$.
- d) $y = \log_3(x+1) - 2$.



1.2.2. Los valores reales negativos para los cuales se cumple la condición

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2-4} > 1 \text{ son:}$$

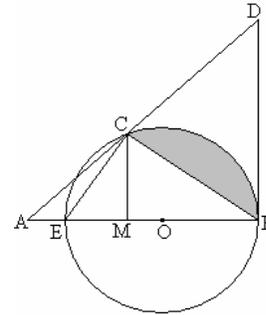
- a) $-2 < x < 2$ b) $x < -2$ ó $x > 2$ c) $-2 < x < 0$ d) $0 < x < 2$.

1.3 Completa los espacios en blanco:

En un triángulo ABC se conoce que el lado $\overline{AB} = 2\sqrt{5}u$, el lado $\overline{BC} = 5\sqrt{2}u$ y dos de sus vértices son los puntos A y C de coordenadas (1,1) y (6,-4) respectivamente:

- 1.3.1 El triángulo se clasifica, según sus lados en _____
- 1.3.2 La ecuación de la recta que pasa por A y C es _____.

2.. En la figura se ha trazado la circunferencia de centro O y radio de 15 cm, donde \overline{EB} es el diámetro y M , el punto medio de \overline{AB} . $\overline{CM} \perp \overline{AB}$ y \overline{BD} es tangente a la circunferencia en B . La cuerda \overline{CB} mide 24 cm.



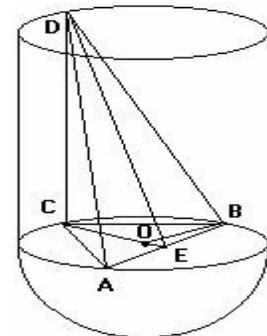
- Prueba que $\triangle ABD \sim \triangle CEB$.
- Calcula aproximadamente el área sombreada

3. Sean las funciones $f(x) = (1 - \tan^2 x) (1 - \sin^2 x)$ y $g(x) = (1 - \sqrt{2} \sin x) (1 + \sqrt{2} \sin x)$

- Determina los valores de $x \in [-\pi, \pi]$ tales que $f(x) = 0$.
- Calcula $g(\pi/2)$.

4. En una UBPC se plantaron 2 caballerías más de papas que de boniatos. Después de una semana de trabajo en la recolección, los trabajadores de la UBPC verificaron que aún quedaba por recoger el 21% de la plantación de papas y el 75% de la de boniatos, lo que implicaba que faltaba por recoger 3,9 caballerías más de boniatos que de papas. ¿Cuántas caballerías de cada cultivo se habían plantado?

5. En la figura se muestra un cuerpo formado por un cilindro circular recto de altura \overline{CD} cuya base inferior tiene centro en O y radio $r = \overline{OB}$, y una semiesfera con centro en O y de radio igual al del cilindro. El $\triangle ABC$ es equilátero de perímetro $9\sqrt{3}$ m e inscrito en la base inferior del cilindro. \overline{CE} es la mediana del $\triangle ABC$ relativa al lado \overline{AB} y proyección de la oblicua \overline{DE} .



- ¿Cuál es la amplitud de $\angle DEB$? Justifica.
- Determina la altura del cilindro si el volumen del cuerpo es 63π m³.

Anexo 2 Prueba pedagógica final

Objetivo: constatar el nivel final de la aplicación de conocimientos a la solución de ejercicios y problemas matemáticos.

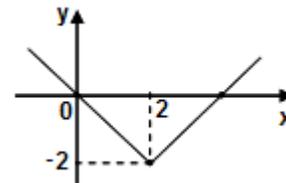
1.1. Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas o falsas. Escribe V o F en la línea dada. De las que consideres falsas justifica por qué lo son.

- a) Si A y B son dos conjuntos tal que $A = \{x \in \mathbb{R}: x \geq 0\}$, $B = [-1; 5]$, entonces $A \setminus B = \{x \in \mathbb{R}: x > 5\}$.
- b) La función cuya ecuación es $y = \log_{0,5} x + 1$ es monótona decreciente en todo su dominio.
- c) La recta r de ecuación $5x - 2y - 4 = 0$ interseca el eje de las ordenadas en el punto de coordenadas $(0; -4)$.

1.2. Selecciona la respuesta correcta. Marca con una x en la línea dada.

1.2.1. El gráfico que se muestra en la figura corresponde a una función definida por una ecuación de la forma $y = |x + a| + b$, entonces la ecuación correspondiente al gráfico es:

- a) $y = |x - 2| + 2$ b) $y = |x + 2| - 2$
c) $y = |x - 2| - 2$ d) $y = |x + 2| + 2$



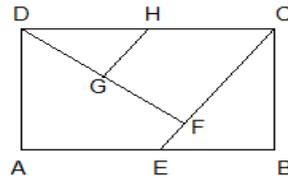
1.2.2. El dominio de la expresión $A(x) = \sqrt{\frac{x+2}{x^2-4}}$ es:

- a) $\{x \in \mathbb{R}: x > 2\}$ b) $\{x \in \mathbb{R}: x < 2, x \neq -2\}$
c) $\{x \in \mathbb{R}: x \leq -2 \text{ o } x > 2\}$ d) $\{x \in \mathbb{R}: -2 \leq x < 2\}$

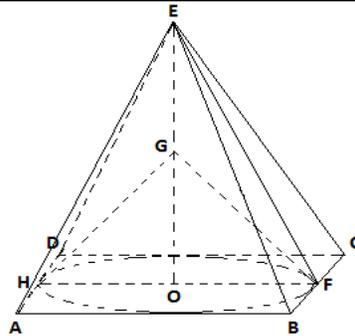
1.3. Completa los espacios en blanco de manera tal que se obtenga una proposición verdadera en cada caso.

1.3.1. Sean las rectas r_1 y r_2 de ecuaciones $r_1: ax - y + 3 = 0$ y $r_2: y = -\frac{1}{2}x + 5$, entonces el valor de a para el cual las rectas r_1 y r_2 se cortan perpendicularmente es: _____.

1.3.2. Un resorte se estira a medida que se le pone más peso en la parte de abajo. La longitud L (en centímetros) de un resorte está relacionado con el peso p (en onzas) que se le sitúa en la parte de abajo por la función $L(p) = \frac{1}{3}p + 4$, cuando la longitud del resorte alcanza los $8,0 \text{ cm}$, el peso que se le ha situado es de _____ onzas.



2. En la figura se representa el rectángulo $ABCD$, además se sabe que:
- \overline{GH} es paralela media del $\triangle DFC$.
 - E, F y C son puntos alineados.
 - E es punto de \overline{AB} .
 - $\overline{DF} \perp \overline{EC}$
- a) Prueba que $\overline{DG} \cdot \overline{EC} = \overline{BC} \cdot \overline{DH}$
- b) Si $\overline{EB} = 9,0 \text{ dm}$, $\overline{BC} = 12 \text{ dm}$ y el perímetro del rectángulo es igual a 64 dm , calcula el área del trapecio $FCHG$.
3. Dadas las expresiones trigonométricas $A(x) = \frac{\text{sen}2x}{\text{cos}x}$ y $B(x) = \text{cos}2x + 2\text{sen}x$:
- a) Determine los valores reales de x con $0 < x < 2\pi$ para los cuales se cumple que:
- $$4^{A(x)} = \frac{1}{2} \cdot 2^{B(x)}$$
- b) Calcule el valor numérico de $\log_2 B(x)$ para $x = \frac{\pi}{2}$.
4. Dos granjas porcinas de la provincia de Granma, se comprometieron a entregar 120 toneladas de carnes para el consumo de la población, en saludo al 1ro de mayo día internacional de los trabajadores. El compromiso fue sobrecumplido en un 25% y se pudo constatar además que las dos terceras partes de lo entregado por la granja A excede en 15 toneladas al 75% de lo entregado por la granja B.
- a) ¿Cuántas toneladas de carne entregó cada una de las granjas?
- b) Si $1t = 1000kg$ y se venden $0,5 \text{ kg}$ de carne por persona, ¿cuántas personas pueden comprar carne con lo entregado por ambas granja juntas?
5. Una pieza maciza de madera en forma de pirámide recta denotada $ABCDE$, de base cuadrada como se muestra en la figura, se le ha hecho una perforación en forma de cono circular recto, cuya base está inscrita en la base de la pirámide.
- \overline{HF} es el diámetro de la base del cono de centro O .



- \overline{OE} es la altura de la pirámide.
- $G \in \overline{OE}$ y $F \in \overline{BC}$.
- $\sphericalangle OFG = 60^\circ$.
- $\overline{GF} = 4,0 \text{ dm}$.
- $\overline{EF} = \frac{3}{2}\overline{GF}$.

- a) Demuestra que $\triangle BFE$ es rectángulo.
- b) Calcula el volumen del cono.
- c) Calcula el área total del cuerpo que se obtiene después de la perforación.