Opuntia Brava
ISSN: 2222-081X
RNPS: 2074
Volumen: 14 Número: 1
Recepción: 24/11/2020 Aprobado: 30/11/2021

Propuesta de ejercicios para la preparación del ingreso a la Educación Superior en la asignatura Matemática

Proposal of exercises for the preparation of the entrance to Higher Education in the subject of Mathematics

Roberto Sánchez Cabrera[1] (robertosc@ult.edu.cu) (https://orcid.org/0000-0002-2549-6028)

Migdalia Olga Leyva Henderson[2] (migdalialh@ult.edu.cu) (https://orcid.org/0000-0002-6386-9219)

Resumen

La Educación Superior cubana ha instrumentado diversidad de vías de ingreso, modalidades de enseñanza y tipos de cursos. Una cantidad nada despreciable de personas rechazan la asignatura Matemática. La poca motivación por esta ciencia pudiera ser por causas muy disímiles, es por ello que la enseñanza de la Matemática no debe limitarse a una simple transmisión de conocimientos, es importante que el alumno aprenda a pensar y a aprender lo cual presupone un importante reto para los docentes. En los exámenes de ingreso las preguntas que se proponen buscan evaluar varios contenidos, es decir, son ejercicios y problemas que integran contenidos matemáticos que el estudiante aprende, pero en su paso por la enseñanza general debe desarrollar habilidades para integrarlos. Se considera oportuno hacer algunas reflexiones acerca de cómo lograr un mejor aprovechamiento docente y una mayor motivación de los estudiantes por el estudio de esta ciencia y modelar la propuesta de algunos ejercicios para contribuir a elevar la calidad de la preparación de los estudiantes en la asignatura de Matemática para el examen de ingreso a la Educación Superior. La generalidad de los ejercicios propuestos son integradores de contenido, puesto que contienen en su conjunto todos los objetivos que el alumno debe dominar para tener éxitos en los exámenes de ingreso y, en general elevar la calidad de los egresados de la enseñanza preuniversitaria, se ha hecho todo lo posible por encausar el proceso de razonamiento de tal manera que aparte al estudiante de la tarea de memorizar.

Palabras claves: ejercicios matemáticos, resolución, proceso, modelación.

Abstract

Cuban Higher Education has implemented a diversity of admission routes, teaching modalities and types of courses. A not insignificant number of people reject the subject of Mathematics. The low motivation for this science could be due to very dissimilar causes, that is why the teaching of Mathematics should not be limited to a simple

[1] Especialista en Posgrado. Educación Superior. Profesor Auxiliar. Profesor de Matemática. Universidad de Las Tunas. Cuba.

[2] M. Sc. de la Educación. Profesor Auxiliar. Profesor de Economía Política. Universidad de Las Tunas. Cuba.

Opuntia Brava
ISSN: 2222-081X
RNPS: 2074
Volumen: 14 Número: 1
Recepción: 24/11/2020 Aprobado: 30/11/2021

transmission of knowledge, it is important that the student learns to think and learn, which presupposes an important challenge for teachers. In the entrance exams, the questions proposed seek to evaluate several contents, i.e., they are exercises and problems that integrate mathematical contents that the student learns, but in his passage through general education he must develop skills to integrate them. It is considered appropriate to make some reflections on how to achieve a better teaching performance and a greater motivation of students for the study of this science and to model the proposal of some exercises to contribute to raise the quality of the preparation of students in the subject of Mathematics for the entrance exam to Higher Education. The generality of the proposed exercises are integrators of content, since they contain as a whole all the objectives that the student must master to be successful in the entrance exams and, in general, to raise the quality of the graduates of the pre-university education, everything possible has been done to channel the reasoning process in such a way that it moves the student away from the task of memorizing.

Key words: Mathematical exercises, resolution, process, modulation.

La matemática y su implicación en la preparación para la vida

La educación se concibe como un proceso docente-educativo cuya eficiencia se expresa en que el alumno aprenda, logre hábitos de razonamiento, se interese por estudiar, luche por obtener buenos resultados, cree sentimientos patrióticos, se apropie de prácticas correctas de convivencia social; en resumen, que el estudiante esté preparado para enfrentarse a la vida.

Ello plantea un gran reto a las universidades al tener que responder a la creciente demanda social de estudios superiores, y preparar los recursos humanos necesarios para el mercado de trabajo. Se requiere entonces de profundas transformaciones para ajustarse a las nuevas realidades y, la educación ha demostrado su capacidad para ello.

En el proceso académico que se desarrolla en las instituciones educativas cubanas ocupan un lugar preponderante las ciencias exactas, dentro de ellas la matemática, cuyo dominio básico es un requerimiento en los diversos niveles educacionales. El preuniversitario no queda exento de ello, y otorga una atención priorizada a la preparación de los estudiantes en esta materia, que constituye objeto de evaluación para continuar estudios superiores.

Una cantidad nada despreciable de personas rechazan la asignatura Matemática y un número mayor, no aceptan la resolución de problemas; mas, paradójicamente, la Matemática posee gran implicación en el logro de la subsistencia humana. La poca motivación por esta ciencia pudiera ser por causas muy disímiles, pero sin dudas, los docentes que enfrentan la educación de estos estudiantes, tienen una cuota de responsabilidad en ello.

Roberto Sánchez Cabrera
Migdalia Olga Leyva Henderson

Opuntia Brava
ISSN: 2222-081X
RNPS: 2074
Volumen: 14 Número: 1
Recepción: 24/11/2020 Aprobado: 30/11/2021

Autores como, Sobrado, Sarduy y Espindola (2018) exponen,

> La dirección del proceso docente educativo es una dirección compartida entre los estudiantes y el profesor. El profesor es el representante de las aspiraciones sociales, pero los que van a ser objeto de transformación son los estudiantes y esto es un proceso no solo consciente sino motivado. Por esa razón los alumnos tienen que participar activamente en la dirección de su formación. (p.273)

Lograr una adecuada motivación durante toda la clase con énfasis en la necesidad de aprender y de cómo hacerlo; estimular la formación de conceptos como peldaños para la apropiación del conocimiento y elevación de la capacidad de resolver problemas; prestar gran importancia a la comunicación entre los estudiantes y el docente y entre los propios educandos de manera que se atienda lo individual y lo colectivo; atender las diferencias individuales para lograr un desarrollo de los tres tipos de estudiantes que se identifican en las aulas (bajos, medios y altos) y vincular el pensamiento martiano y marxista de la teoría con la práctica social, conforman el secreto del éxito en la clase actual.

El fin del conocimiento matemático está marcado por la resolución de problemas, es para ello que se enseña desde su utilidad para resolver los problemas de la vida y la práctica social. Desde un científico hasta un simple obrero o campesino han de usar la Matemática para resolver los problemas que se le presentan o se benefician con un método o equipo que existe gracias a esta disciplina.

Como una vía que puede contribuir a una mejor preparación matemática de los estudiantes en el preuniversitario, en particular los de duodécimo grado, se ubica este sistema de ejercicios que se propone. Con ello se pretende favorecer su formación matemática general y su desarrollo para continuar los estudios en la Educación Superior.

Desde la práctica profesional de los autores se declaran algunas insuficiencias que inciden en lo antes expuesto:

- Insuficiente desarrollo de habilidades en los estudiantes al integrar contenidos básicos para realizar el examen de ingreso.
- Falta de dominio de los teoremas, conceptos y algoritmos elementales para la comprensión de problemas intra y extra matemáticos de diferentes tipos.
- Insuficiente abordaje de los contenidos con un enfoque integrador que tributen a la preparación de los estudiantes para los exámenes de ingreso.

Ello evidenció la existencia de una problemática, relacionada con la iinsuficiente preparación de los estudiantes en la asignatura Matemática para el examen de ingreso a la Educación Superior, que motivó su investigación con el objetivo de contribuir a elevar la calidad de la preparación de los estudiantes en la asignatura Matemática para el examen de ingreso a la Educación Superior mediante la modelación de ejercicios que

Roberto Sánchez Cabrera
Migdalia Olga Leyva Henderson

Opuntia Brava
ISSN: 2222-081X
RNPS: 2074
Volumen: 14 Número: 1
Recepción: 24/11/2020 Aprobado: 30/11/2021

permiten el trabajo con conceptos, proposiciones y algoritmos a partir de procedimientos heurísticos.

La modelación una herramienta en las matemáticas

En la modelación de los ejercicios se ha puesto especial cuidado en fijar el motivo, esto es necesario si se quiere que el alumno obtenga un conocimiento básico de métodos analíticos y no haga una simple adquisición de conceptos. Algunos de ellos tienen dos o más vías de solución, además de una gran influencia sobre el desarrollo de las matemáticas contemporáneas, lo que sirve de base para enfocar de una nueva manera las matemáticas clásicas y entender más profundamente esta asignatura.

Uno de los objetivos más importantes de la enseñanza de la Matemática, desde el punto de vista dialéctico materialista, es representar la relación entre ella y la realidad objetiva. La matemática, al igual que otras ciencias, ha partido de las necesidades del hombre.

A partir de las líneas de desarrollo planteadas por Polya (1965) y Schoenfeld (1992), se ofrece una lista de técnicas heurísticas de uso frecuente, cuyo aporte más significativo, es que considera tres dimensiones que son necesarias para perfeccionar el trabajo en la solución de ejercicios.

- Dominio del conocimiento o recurso: representan un inventario de lo que un individuo sabe y de las formas que adquiere ese conocimiento. Aquí influyen, entre otros elementos, los conocimientos informales e intuitivos de la disciplina en cuestión, hechos y definiciones, los procedimientos rutinarios y otros recursos útiles para la solución.
- Los métodos heurísticos: en esta dimensión se ubican las estrategias generales que pueden ser útiles en la resolución de problemas y que ayudan en la adopción de alternativas para la ejecución.
- Las estrategias metacognitivas: el monitoreo o autoevaluación.

El proceso de enseñanza - aprendizaje en la década del noventa estuvo marcada por la influencia de la teoría de Vigotsky (1992), la que es asumida por la pedagogía cubana como propia, debido a sus principios humanistas; comienza el trabajo con el diagnóstico pedagógico como medio para asegurar la atención a la diversidad de intereses y motivaciones del estudiantado.

Desde el año 2000 hasta la actualidad, con el objetivo de fomentar una cultura general integral en todo nuestro pueblo, se inicia una nueva etapa educacional. Se precisa como una de las prioridades del Estado, la continuidad de los estudios y su intensificación en la masa trabajadora y amas de casa, con la opción de diferentes modalidades de estudio.

Opuntia Brava
ISSN: 2222-081X
RNPS: 2074
Volumen: 14 Número: 1
Recepción: 24/11/2020 Aprobado: 30/11/2021

En todo este periodo histórico, las razones para considerar los problemas dentro de la Educación, han sido muy semejantes, entre ellos se destacan:

- Desarrollar el pensamiento, en particular la capacidad de resolución de problemas.
- Justificar la importancia de la matemática para mostrar la aplicación a diferentes situaciones de la vida o de la técnica.
- Motivar el estudio de un tema sobre la base de presentar ejercicios que sean capaces de atraer la atención de los estudiantes.
- Introducir nuevos contenidos, en particular aquellos que puedan ilustrarse con algoritmos tipos.
- Fijar algunos procedimientos matemáticos que han sido explicados en el aula, preferentemente procedimientos de cálculo.

El sistema de educación cubano concede gran importancia a la unidad de lo instructivo y lo educativo. Está demostrado que para avanzar en ambos sentidos se precisa conocer profundamente a los estudiantes, en lo que el poseer una caracterización que comprenda lo académico, biológico, psicológico, comunitario, familiar y cualquier aspecto que se considere útil, facilita la elaboración y ejecución de una estrategia que permita alcanzar una adecuada educación e instrucción, a partir del trabajo de forma individualizada.

La asignatura Matemática, en el proceso de ingreso tiene un papel importante para la formación profesional. El programa concebido para la preparación al examen de ingreso abarca un conjunto de contenidos básicos encargados de proporcionar los conocimientos y habilidades que en este campo se requieren y que son utilizados tanto dentro de la propia asignatura como en otras disciplinas.

Fundamentación de la propuesta de ejercicios de Matemática para la preparación de los estudiantes para los exámenes de ingreso

Según Müller (citado por Ballester y otros, 1992), se entiende por ejercicio en la enseñanza de la Matemática una exigencia para actuar que se caracteriza por:

- El objeto de las acciones, que puede estar dado por los elementos de la materia matemática (conceptos, proposiciones y procedimientos algorítmicos); la correspondencia entre situaciones extramatemáticas y elementos de materia matemática, y los procedimientos heurísticos (principios, estrategias, reglas, etc.), así como medios heurísticos auxiliares.
- Tipos de acciones: identificar, realizar, comparar, ordenar, clasificar, reconocer, escribir, aplicar, fundamentar, planificar y controlar.

Opuntia Brava
ISSN: 2222-081X
RNPS: 2074
Volumen: 14 Número: 1
Recepción: 24/11/2020 Aprobado: 30/11/2021

Una buena parte del tiempo de la enseñanza de la Matemática se dedica a la resolución de ejercicios y de este modo la falta de eficiencia en la utilización de ese tiempo repercute negativamente en la formación de los estudiantes. “Si se pretende elevar la eficiencia de la enseñanza de la Matemática es necesario perfeccionar el sistema de ejercicios que forma parte del curso de Matemática y la metodología adecuada para el trabajo con los mismos” (Müller, 2006, p. 48).

Lo anterior demuestra que todo ejercicio es una exigencia a partir de un objetivo, bajo determinadas condiciones de un contenido específico, que cumple la función instructiva, educativa, de desarrollo y la de control.

Los ejercicios para la preparación inicial de los alumnos que arribarán a la Educación Superior han de sustentarse en aquellas condiciones del proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador que tienen un referente teórico-metodológico común en la escuela histórico-cultural: el proceso dialéctico humanista de toda actividad de enseñanza-aprendizaje y que se centra en el desarrollo integral de la personalidad, al considerar la unidad de lo afectivo, lo cognitivo, lo instructivo y lo educativo.

En la enseñanza de la Matemática no puede faltar la formulación de problemas: ellos constituyen un eslabón esencial para el desarrollo certero de conocimientos y habilidades. Un problema matemático ha de tener cierto grado de dificultad, alejado de lo obvio, pero solucionable con los recursos cognitivos del estudiante.

Al decir de Blanco (2015), “la resolución de problemas de matemática debe considerarse como eje vertebrador del contenido matemático, ya que pone de manifiesto la capacidad de análisis, comprensión, razonamiento y aplicación” (p.11).

I. Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas o falsas. Escribe V o F en la línea dada. Justifica las que sean falsas.

1. Para todos los números reales se cumple que:

a) ___ $-x < x$

b) ___ $x < x^2$

c) ___ $x^2 + y^2 = (x+y)^2$

d) ___ $x^2 - 4 = 0$ entonces x =2

e) ___ $\sqrt{x+y} = \sqrt{x} + \sqrt{y}$ $(x, y \in \Re_+)$

f) ___ $x(y.z) = xy \cdot xz$

g) ___ $x \cdot \frac{y}{z} = \frac{xy}{xz}$ $(x, z \neq 0)$

Opuntia Brava
ISSN: 2222-081X
RNPS: 2074
Volumen: 14 Número: 1
Recepción: 24/11/2020 Aprobado: 30/11/2021

h) ___ $\frac{x}{y+z} = \frac{x}{y} + \frac{x}{z} \ (y, z \neq 0)$

2. ___ Para todos los números reales se cumple que $Sen^2(-x) + Cos^2(-x) = 1$

3. ___ Si $x \in \Re$ entonces siempre es posible calcular $\sqrt[3]{x}$

4. ___ Si $a \in Z$ y $a < 0$ entonces $\frac{1}{a} > a$.

5. ___ La correspondencia definida de $N \to N$ donde a cada número natural a se le hace corresponder sus múltiplos, es una función.

6. ___ La correspondencia definida de $Q \to Q$ donde a cada número racional y se le hace corresponder $a^y \ (a \in N^*, a \neq 1)$ es una función.

7. ___ La correspondencia definida de $\Re^* \to \Re$ tal que a cada número real x se le hace corresponder el $\log_x(a^2+1)$ con ($a \in \Re$) es una función.

8. ___ Si $x = 1$ en la expresión $f_{(x)} = \log_8 x + \frac{1}{3}\log_2 x$, entonces $f_{(1)} = -0{,}001$.

9. ___ Como $sen30^0 = \frac{1}{2}$ entonces $sen15^0 = \frac{1}{4}$.

10. ___ La función real f dada por la ecuación f(x) = $\sqrt{x}$ + 3 no tiene ceros.

11. ___ La función f definida por la ecuación $f_{(x)} = 2^{Cos\left(\frac{\pi}{2}+x\right)} - 1$ es positiva en todo su dominio.

12. ___ La función g definida en los reales cuya ecuación es $g_{(x)} = 1 - 2x$ es monótona decreciente en todo su dominio.

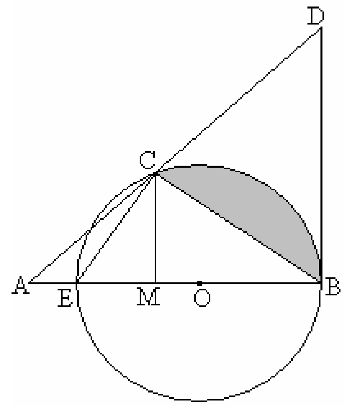
13. ___ Toda función de la forma $f_{(x)} = \frac{ax+b}{cx+d}$ admite inversa.

14. ___ Toda función de la forma $f_{(x)} = mx^2 + n \quad (m, n \in \Re, m \neq 0)$ representa una parábola.

Opuntia Brava
ISSN: 2222-081X
RNPS: 2074
Volumen: 14 Número: 1
Recepción: 24/11/2020 Aprobado: 30/11/2021

Roberto Sánchez Cabrera
Migdalia Olga Leyva Henderson

II. En la figura se ha trazado la circunferencia de centro O y radio de 15 cm, donde $\overline{EB}$ es el diámetro y M, el punto medio de $\overline{AB}$. $\overline{CM} \perp \overline{AB}$ y $\overline{BD}$ es tangente a la circunferencia en B. La cuerda $\overline{CB}$ mide 24 cm.



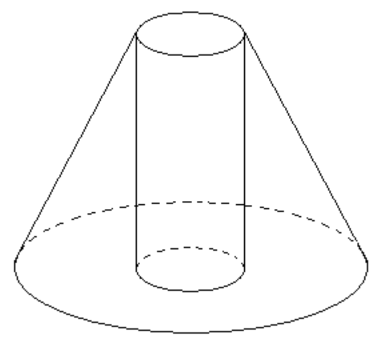
a) Prueba que $\triangle ABD \sim \triangle CEB$.

b) Calcula el área del $\triangle ABD$.

c) ¿A qué distancia se encuentra el punto A de la circunferencia?

d) Calcula aproximadamente el área sombreada.

III. A un cono circular recto de madera se le hizo una perforación cilíndrica longitudinal por el centro de su base, hasta atravesarlo completamente.



El diámetro de la perforación es 6,0 cm, el diámetro de la base del cono es 18 cm y la longitud de la perforación es 10 cm.

a) Calcula el volumen de la pieza de madera resultante.

IV. En un edificio de apartamentos se quiere hacer un arreglo. El costo dividido entre todos sale a $30 por cada apartamento; pero hay dos apartamentos cuyos inquilinos, por problemas económicos, no pueden colaborar. Prescindiendo de estos, el costo saldría en $35 por cada apartamento. ¿Cuántos apartamentos tiene el edificio? ¿En cuánto sale la obra?

$\sqrt{5} = 2{,}24$ $\sqrt{2} = 1{,}41$ $\sqrt{3} = 1{,}73$ $\cos 106^0 = -0{,}28$ $\operatorname{sen} 106^0 = 0{,}96$

V. Sea la expresión trigonométrica $A = \dfrac{\cos x - \operatorname{sen} 2x}{\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) + \operatorname{sen} x - 1}$.

a). Determina los valores reales de x para los cuales la expresión A está definida.

b). Prueba que para todos los valores admisibles de la variable x se cumple que A = cot x.

VI. Dada la función f de ecuación $f(x) = \log_a (2x + 1)$.

a). Si el punto de coordenadas (62;3) pertenece al gráfico de f, determina el valor de a y escribe la ecuación de la función f.

Opuntia Brava
ISSN: 2222-081X
RNPS: 2074
Volumen: 14 Número: 1
Recepción: 24/11/2020 Aprobado: 30/11/2021

b). Si $g(x) = \log_{\frac{1}{5}}\left(\frac{1}{x^2+5x-3}\right)$, halla todos los valores reales de x para los cuales se cumpla que f(x) = g(x).

VII. Se dan las rectas r_1, r_2 y r_3 cuyas ecuaciones son:

r_1: $y - 2x + 3 = 0$; r_2: $2x - y = 8$ r_3: $4y = 3x - 2$

a) Pruebe que $r_1 \parallel r_2$.

b) Si B (6;4) es el punto donde se cortan las rectas r_2 y r_3; A es el punto donde se cortan las rectas r_1 y r_3. Calcule la longitud del segmento $\overline{AB}$.

c) Sean C (x_0; 0) un punto que pertenece a la recta r_3 y O el origen de coordenadas, calcule el área del triángulo BOC.

VIII. Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas o falsas. Justifica aquellas que sean falsas.

a) ____ $x_0 = 3$, es un cero de la función f, definida por la ecuación $f(x) = \frac{x-3}{x^2-9}$.

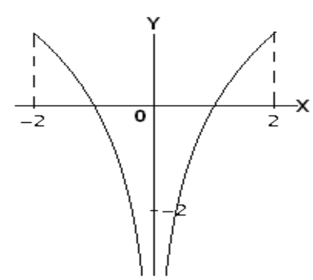
b) ____ La función y = tan x definida para toda $x \in (-\pi; \pi)$ es inyectiva.

c) ____ Todos los ángulos inscritos y seminscritos en una misma cuerda de una circunferencia tienen igual amplitud.

d) ____ Sean las funciones definidas por las ecuaciones: f(x) = sen(x) y $g(x) = x^3$, entonces

(f o g) (x) = sen (x^3).

e) ____ En la figura se muestra el gráfico de la función h definida por la ecuación $h(x) = \log(x^2)$ para toda $x \in [-2; 2]$, entonces podemos decir que la función es creciente en todo el intervalo señalado.



Opuntia Brava
ISSN: 2222-081X
RNPS: 2074
Volumen: 14 Número: 1
Recepción: 24/11/2020 Aprobado: 30/11/2021

Roberto Sánchez Cabrera
Migdalia Olga Leyva Henderson

IX. Complete los espacios en blanco de forma tal que se obtenga una proposición verdadera para cada caso.

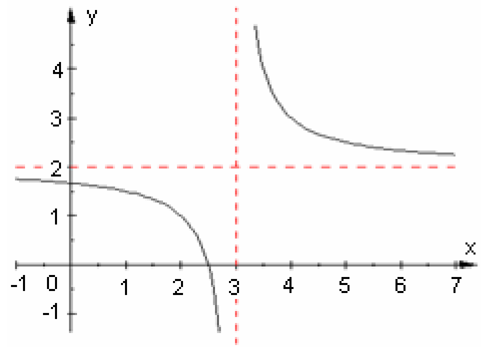
a) La figura dada corresponde al gráfico de una función del tipo $y = \frac{1}{x+a} + b$. De la función representada:

b) La ecuación que la define es: __________

c) El dominio de definición es: _____________

d) El conjunto imagen es: _______________

e) Un intervalo donde es monótona decreciente y positiva es: ___________



Los ejercicios propuestos se caracterizan por:

- Integrar varios contenidos y posibilitar diferentes vías de solución, las que se presentan a los estudiantes desde sus propias propuestas.
- Poseer una lógica coherente a partir del grado de dificultad.
- Permiten la fijación de conceptos, teoremas y procedimientos.
- La comprensión de relaciones matemáticas.
- El desarrollo de la capacidad de aplicar lo aprendido de forma segura y creativa.
- Garantizar un adiestramiento lógico de la lingüística.

Precisiones finales

En la práctica favoreció la orientación de los estudiantes para el desarrollo de habilidades en la resolución de ejercicios matemáticos que logran integrar contenidos básicos para los exámenes de ingreso, lo que mejoró considerablemente la motivación de estos por la asignatura. Además de constituir una bibliografía básica para los docentes y entrenadores de ingreso por su contenido didáctico y metodológico.

La preparación que tienen los estudiantes denota falta de conocimientos matemáticos y habilidades para aplicarlos en la resolución de ejercicios y problemas, además de la inseguridad de los mismos para enfrentar el examen.

La modelación de la propuesta de ejercicios garantiza el desarrollo de habilidades en los estudiantes al agrupar contenidos básicos con un enfoque integrador, además del dominio de teoremas, conceptos y algoritmos elementales para la comprensión de problemas intra y extra matemáticos de diferentes tipos, necesarios en la preparación para el examen de ingreso a la Educación Superior.

Opuntia Brava
ISSN: 2222-081X
RNPS: 2074
Volumen: 14 Número: 1
Recepción: 24/11/2020 Aprobado: 30/11/2021

Referencias

Ballester, S. (1992). *Didáctica de la Matemática* (Soporte digital). Tomo I. La Habana: Academia.

Blanco, L. (2015). *La Resolución de problemas de matemáticas*. España: Universidad de Extremadura.

Müller, H. (2006). *Aspectos metodológicos acerca del trabajo con ejercicios en la enseñanza de la Matemática*. La Habana: Folleto mimeografiado. ICCP.

Polya, G. (1965). *Cómo plantear y resolver problemas*. Universidad Nacional Autónoma de México: Trillas.

Schoenfeld, A. (1992). *Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics*. New York: D. A. Grows Ed. Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning.

Sobrado, E., Sarduy, D. y Espindola, A. (2018). Estrategia didáctica para mejorar la calidad de la comunicación en Matemática. *Transformación, 14*(2), 272-285.

Vigotsky, L. (1992). *Pensamiento y lenguaje*. La Habana: Pueblo y Educación.